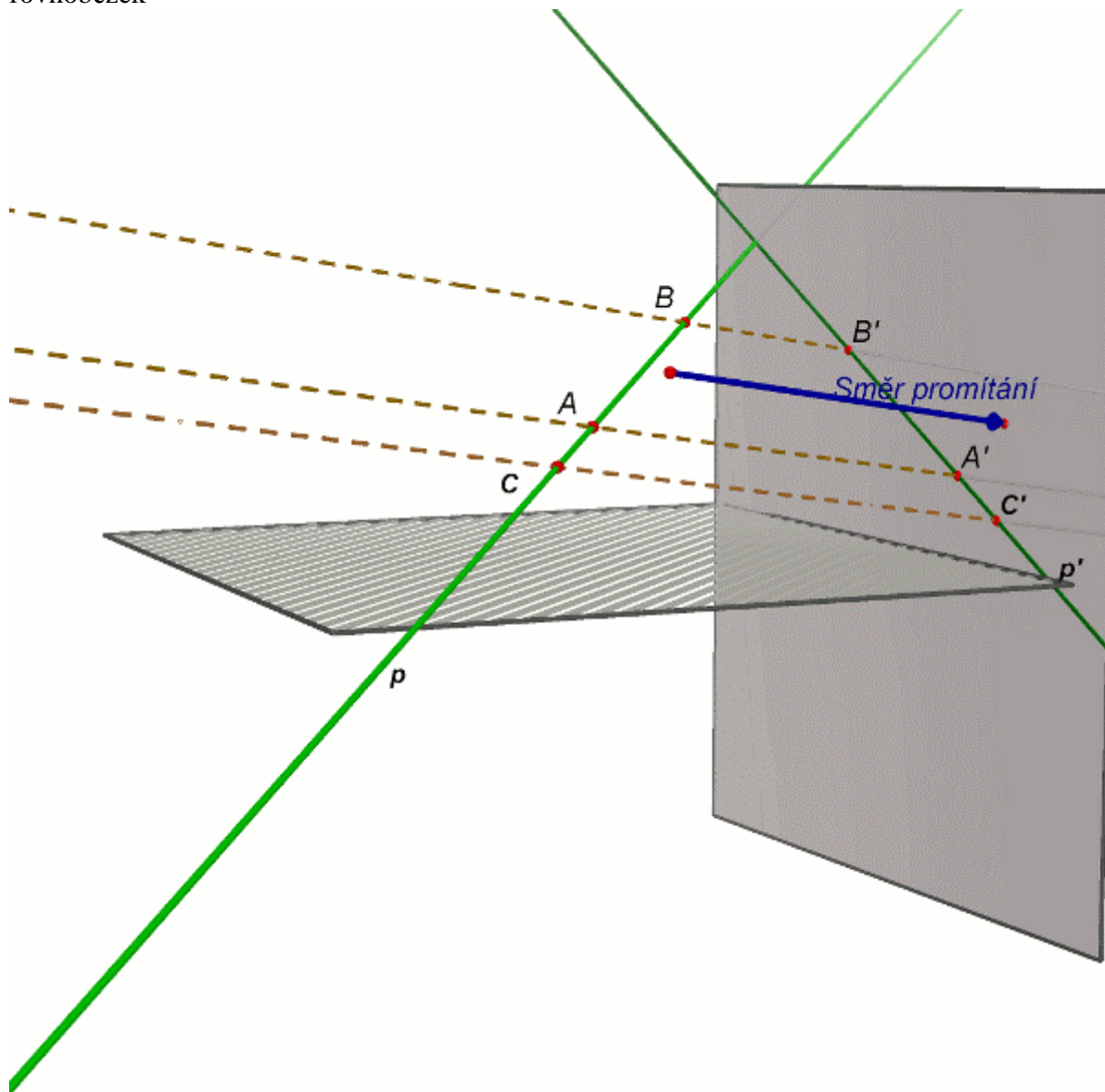


5.1.2 Volné rovnoběžné promítání

Předpoklady: 5101

Základní stereometrický problém: zabýváme se trojrozměrnými objekty, ale k práci používáme dvojrozměrný papír \Rightarrow musíme najít způsob, jak trojrozměrné objekty převést na dvojrozměrný papír

Nápad: zvolíme si rovinu (papír) a body z prostoru do ní budeme přenášet pomocí rovnoběžek



Terminologie:

- **rovnoběžné promítání** - název našeho postupu založeného na vytváření bodů pomocí rovnoběžek
- **průmětna** - rovina, do které body přenášíme
- **směr promítání** – směr rovnoběžek, které používáme na promítání (je u navzájem rovnoběžných přímků stejný)

- **rovnoběžný průmět bodu** – body vzniklé promítáním

Má rovnoběžné promítání rozumné vlastnosti?

Př. 1: Zjisti modelováním rovnoběžného promítání jeho základní vlastnosti:

- Zobrazí se tři body ležící na jedné přímce do tří bodů, které leží na jedné přímce?
- Zachovává rovnoběžné promítání délky?

a) Zobrazí se tři body ležící na jedné přímce do tří bodů, které leží na jedné přímce?
Body ležící na jedné přímce se zobrazí buď na jednu přímku nebo do jednoho bodu.

b) Zachovává rovnoběžné promítání délky?

Rovnoběžné promítání obecně nezachovává délky. Úsečky se mohou prodlužovat i zkracovat, mohou se zobrazit do jediného bodu.

Pedagogická poznámka: U předchozího a následujícího příkladu je dobré, aby si studenti ve dvojicích v lavici opravdu ozkoušeli, jak promítání funguje. Při řešení příkladů je potřeba ohlídat, aby nepoužívali na promítání pouze směr kolmý k průmětně. Kontrolu před třídou je možné provádět buď pomocí Cabri3D, ale úplně nejlépe pomocí tabule a ukazovátek.

Př. 2: Zjisti modelováním rovnoběžného promítání zda:

- Kdy zobrazuje rovnoběžné promítání úsečku na bod?
- Kdy rovnoběžné promítání zachovává délku úsečky?
- Zobrazí rovnoběžné promítání rovnoběžné přímky jako rovnoběžky?

a) Kdy zobrazuje rovnoběžné promítání úsečku na bod?

Rovnoběžné promítání zobrazí do jednoho bodu úsečky (i přímky), které jsou rovnoběžné se směrem promítání (je to nutný důsledek toho, že se snažíme trojrozměrný prostor zobrazit na dvojrozměrný papír. Vždy musíme jeden směr ztratit a při rovnoběžném promítání je to právě směr promítání)

b) Kdy rovnoběžné promítání zachovává délku úsečky?

Rovnoběžné promítání zachovává délku všech úseček, které jsou rovnoběžné s průmětnou \Rightarrow všechny útvary, které jsou s průmětnou rovnoběžné se zobrazí na útvary shodné.

c) Zobrazí rovnoběžné promítání rovnoběžné přímky jako rovnoběžky?

Rovnoběžné promítání zachovává u přímk, které jsou různoběžné se směrem promítání (a nezobrazí se tedy do dvou bodů) rovnoběžnost.

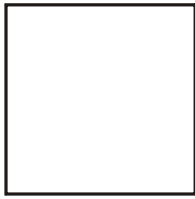
\Rightarrow pro všechny promítací směry platí:

- Shodné a navzájem rovnoběžné úsečky se promítají do úseček, které jsou také shodné a navzájem rovnoběžné (nebo je průmětem každé z nich bod).
- Útvar, který leží v průmětně nebo v rovině s průmětnou rovnoběžné (průčelná rovina) se promítá do útvaru, který je s ním shodný.

\Rightarrow při zobrazování pomocí těchto pravidel máme značnou volnost \Rightarrow **volné rovnoběžné promítání** \Rightarrow průmět není jednoznačný, záleží na směru promítání:

Zkusíme nejjednodušší možnost, budeme promítat kolmo k průmětně (kolmé promítání)

Př. 3: Načrtni kolmý průmět krychle, jejíž čelní stěna je rovnoběžná s průmětnou.



Předozadní hrany jsou rovnoběžné se směrem promítání \Rightarrow zobrazí se do jednoho bodu \Rightarrow krychle se zobrazí jako čtverec \Rightarrow není to dvakrát názorné

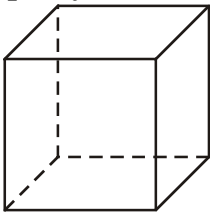
přesto se kolmé promítání v technické praxi používá, většinou však z více směrů najednou \Rightarrow **nárys** (pohled zepředu), **půdorys** (pohled shora), **bokorys** (pohled z boku)

pokud chceme vidět z jednoho obrázku, musíme promítat „šikmo“ \Rightarrow klasický postup:

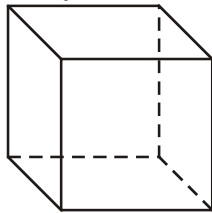
- Zvolíme šikmý směr tak, aby se úsečky kolmé k průmětně zobrazovaly na úsečky svírající s vodorovnými úhel 45° a jejich délka se zkrátila na polovinu.

Pořád nám zbývají čtyři možnosti, jak krychli nakreslit (neviditelné hrany jsou vyznačeny čárkovaně):

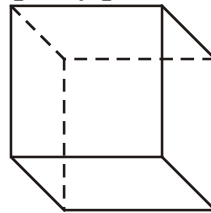
pravý nadhled



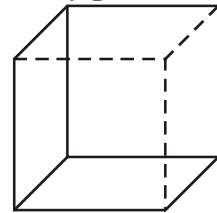
levý nadhled



pravý podhled

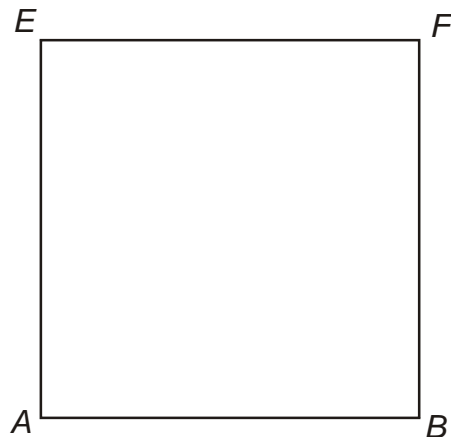


levý podhled

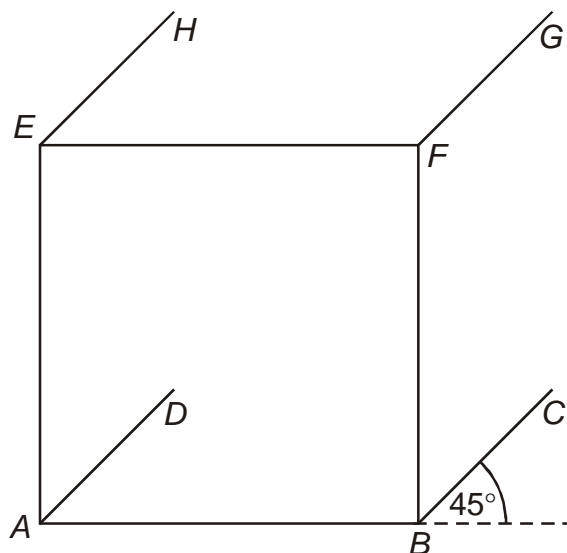


Př. 4: Narýsuj ve volném rovnoběžném promítání obraz krychle $ABCDEFGH$ o straně $a = 5$ cm, jejíž přední stěna $ABEF$ je rovnoběžná s průmětnou.

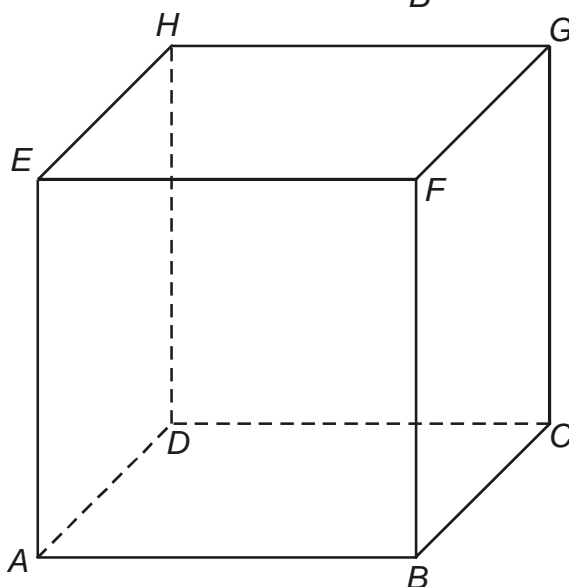
přední stěna $ABEF$ je rovnoběžná s průmětnou \Rightarrow zobrazí se shodný čtverec



předožadní hrany (AD, BC, EH, FG) jsou kolmé na průmětnu \Rightarrow kreslíme je pod úhlem 45° zkrácené na polovinu



dokončíme rys, neviditelné hrany (AD, CD, DH) vytáhneme čárkovaně



Pedagogická poznámka: Na tomto místě se často vyrábějí šablony na kreslení krychlí. Já je moc nepoužívám. I v případě, že studenti pomocí šablony nakreslí vrcholy krychle, trvá vytahování pravítkem tolik času, že nakreslení obrázku podle ruky daleko rychlejší.

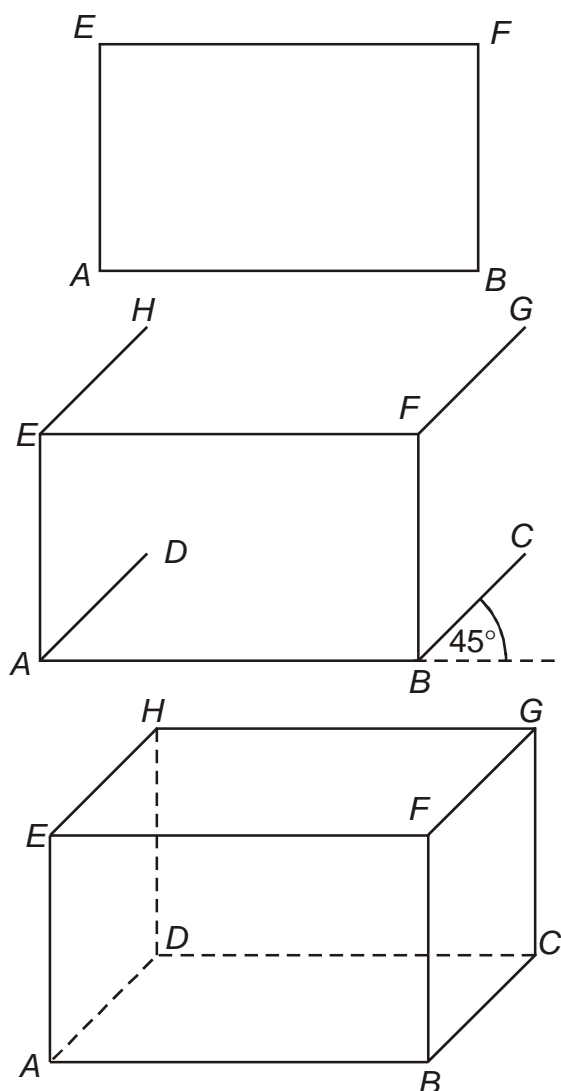
Studentům tuto možnost ukazují, ale rozhodně na ní netrvám.

Př. 5: Narýsuj ve volném rovnoběžném promítání obraz kváдру $ABCDEFGH$ o stranách $a = |AB| = 5 \text{ cm}$, $b = |BC| = 4 \text{ cm}$, $c = |AE| = 3 \text{ cm}$. Přední stěna kváдру $ABEF$ je rovnoběžná s průmětnou.

přední stěna $ABEF$ je rovnoběžná
s průmětnou \Rightarrow zobrazí se na shodný
obdélník

předozadní hrany (AD, BC, EH, FG) jsou
kolmé na průmětnu \Rightarrow kreslíme je pod úhlem
 45° zkrácené na polovinu

dokončíme rys, neviditelné hrany ($AD, CD,$
 DH) vytáhneme čárkovaně



Shrnutí: Trojrozměrné situace můžeme přenést na papír rovnoběžným promítáním.