

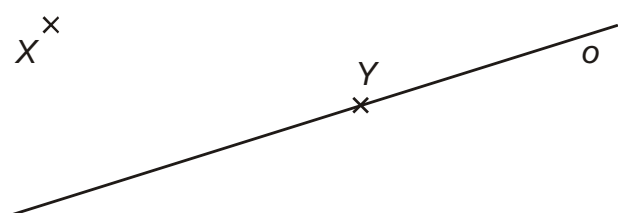
3.5.2 Osová souměrnost

Předpoklady: 3501

Je dána přímka o . **Osová souměrnost s osou o** je shodné zobrazení $O(o)$, které přiřazuje:

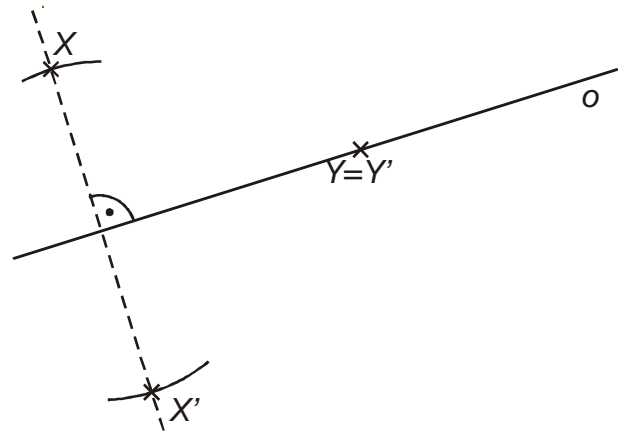
1. každému bodu $X \notin o$ bod X' tak, že přímka XX' je kolmá k přímce o a střed úsečky XX' leží na přímce o
2. každému bodu $Y \in o$ bod $Y' = Y$.

Př. 1: Nakresli přímku o , bod X , který na ní neleží, a bod Y , který na ní leží. Nakresli obrazy bodů X a Y v osově souměrnosti $O(o)$.

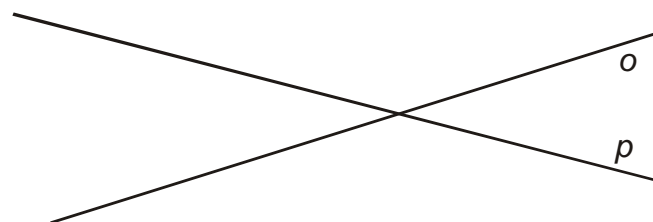


Obrazy bodů sestrojíme dle předchozí definice:

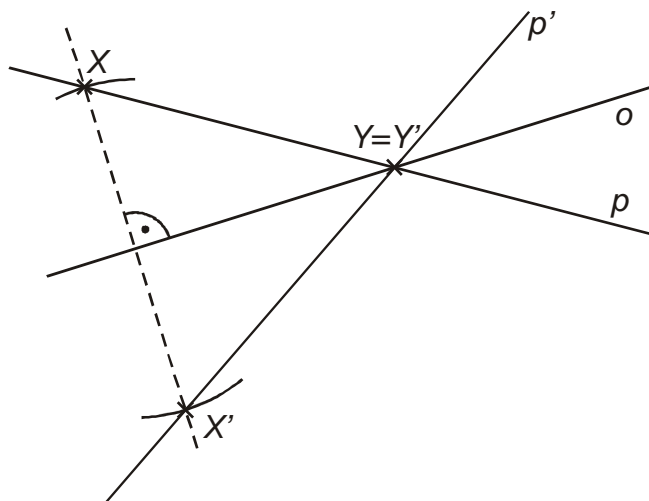
- obraz bodu X pomocí kolmice na přímce o
- obraz bodu Y leží v bodě Y



Př. 2: Jsou dány dvě různoběžné přímky p a o . Narýsuj obraz přímky p v osově souměrnosti $O(o)$.

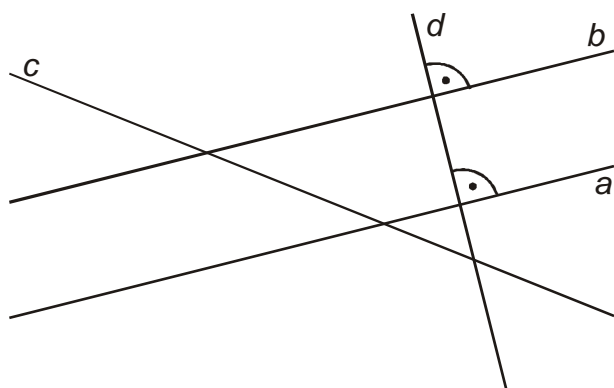


Přímka je dána dvěma body \Rightarrow na přímce p zvolíme dva body (nejlépe jako jeden z nich průsečík s osou o), sestrojíme jejich obrazy a pomocí těchto obrazů sestrojíme přímku p' .



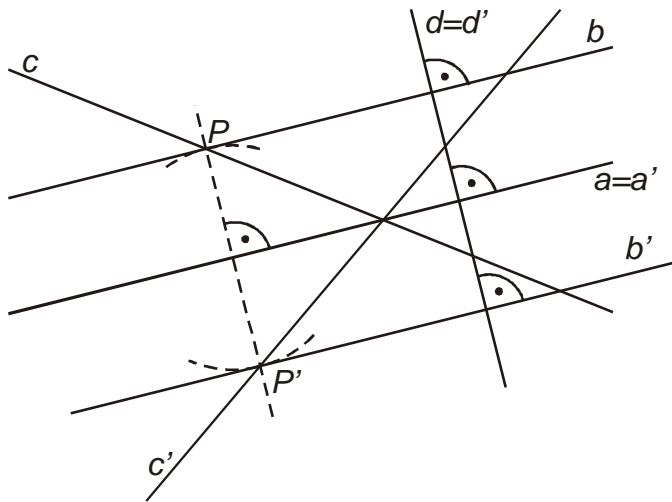
Pedagogická poznámka: Předchozí příklad rozhodně není zbytečný. Slabší studenti mají problémy s přechodem od zobrazování bodů k zobrazení přímek. Následující příklad je pro bez předchozího příliš náročný a hlavně si z něj nic nepamatují. U slabších studentů doporučuji následující příklad spíše jen zmínit a soustředit na předcházející.

Př. 3: Jsou dány přímky a, b, c a d . Platí $a \parallel b$, c je různoběžné s b a $d \perp a$. Narýsuj (co nejúsporněji) obrazy všech těchto přímek v osové souměrnosti $O(a)$.



Přímky a a d se zobrazí samy na sebe. Obraz přímek c a b sestrojíme pomocí obrazu jejich vzájemného průsečíku:

- b' jako rovnoběžku s přímkou b
- c' jako přímkou určenou obrazem průsečíku přímek c a b a bodem, kde se přímka c protíná s osou a (tento bod je samodružný)



Pedagogická poznámka: Část studentů zobrazuje přímky pomocí průsečíku s přímkou d . Musíme sice zobrazovat dva body, ale nemusíme pro ně konstruovat kolmici.

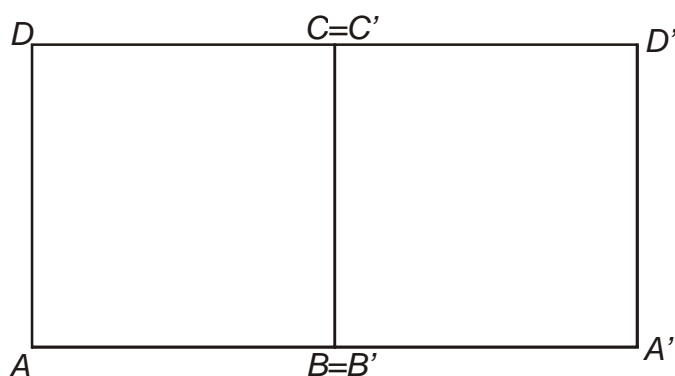
Př. 4: Urči množinu samodružných bodů v osové souměrnosti $O(o)$. Které přímky jsou samodružné v osové souměrnosti $O(o)$?

Množinou všech samodružných bodů osové souměrnosti $O(o)$ je přímka o (body na ní se zobrazují samy na sebe).

Samodružné přímky v osové souměrnosti $O(o)$:

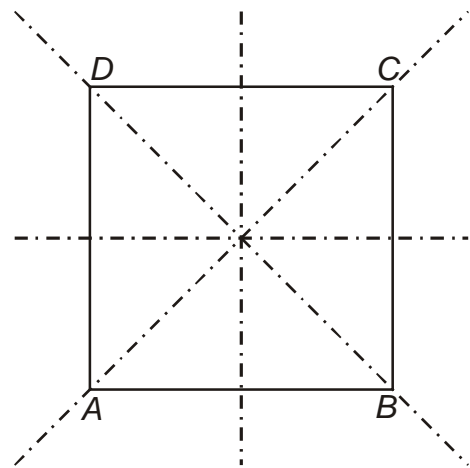
- osa souměrnosti o (všechny její body jsou samodružné)
- všechny přímky kolmé na osu o (každá z nich má pouze jediný samodružný bod – průsečík s osou o)

Př. 5: Narýsuj obraz čtverce $ABCD$ v osové souměrnosti $O(BC)$.



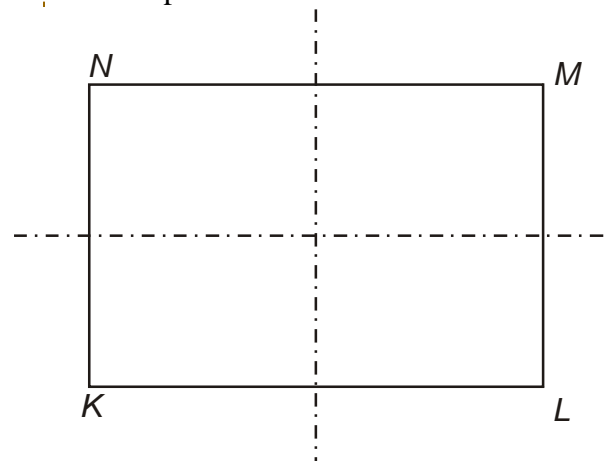
Osa souměrnosti útvaru: útvar je v osové souměrnosti podle této přímky samodružný

Př. 6: Najdi osy souměrnosti čtverce $ABCD$. Najdi osy souměrnosti obdélníku $KLMN$.



čtverec je osově souměrný podle:

- os stran
- úhlopříček



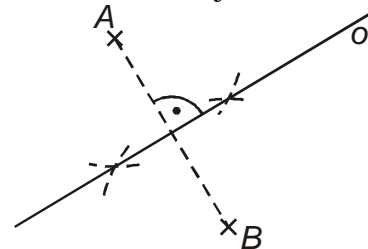
obdélník je souměrný podle os stran

Př. 7: Jsou dány libovolné dva body A, B . Najdi přímku o tak, aby platilo: $O(o): A \rightarrow B$.

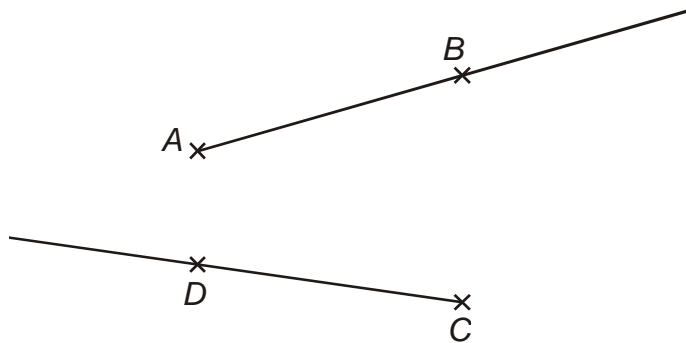
Známe bod a jeho obraz \Rightarrow osa souměrnosti musí:

- být kolmá na úsečku AB
- musí procházet středem úsečky AB

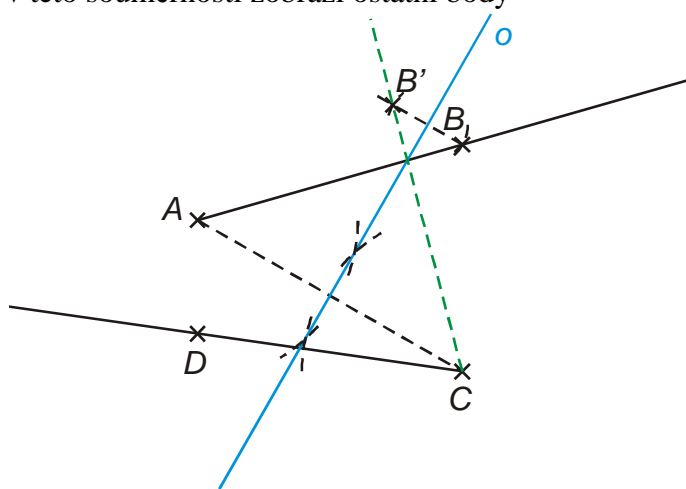
\Rightarrow hledaná osa je osou úsečky AB (plyne už z pojmenování)



Př. 8: Jsou dány dvě různé polopřímky AB , CD s různými počátky ležící ve dvou různých přímkách. Urči osovou souměrnost, která zobrazí polopřímku AB na polopřímku CD .



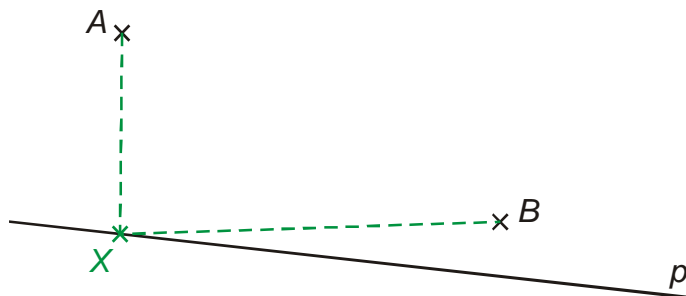
Hledaná osová souměrnost musí zobrazit bod A na bod $C \Rightarrow$ jde vlastně o řešení předchozího příkladu \Rightarrow najdeme osovou souměrnost zobrazující bod A na bod C a zkontrolujeme, jak se v této souměrnosti zobrazí ostatní body



Obraz bodu B v osové souměrnosti nalezené pomocí dvojice bodů A , C neleží na polopřímce $CD \Rightarrow$ není možné nalézt osovou souměrnost, která by zobrazovala polopřímku AB na polopřímku $CD \Rightarrow$ zadaná úloha není obecně řešitelná (má řešení pouze ve speciálních případech například, kdyby se polopřímka CD shodovala s čárkovanou zelenou polopřímkou).

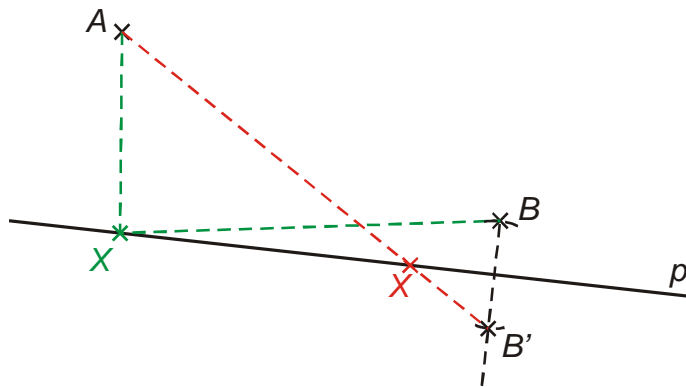
Pedagogická poznámka: Pokud necháte studenty řešit příklad samostatně bez toho, abyste nakreslili zadání na tabuli, můžete se spolehnout, že většině z nich se osovou souměrnost najít podaří. Nakreslí si takový speciální případ zadání, který jim to umožní. V takové situaci opět diskutujeme o zásadě, že „náčrtek by měl obsahovat všechny speciální vlastnosti uvedené v zadání, ale nic dalšího navíc“. Je potřeba se studenty prodiskutovat, že „příklad obecně není možné vyřešit“ je také regulérní výsledek.

Př. 9: Jsou dány dva různé body A, B , které leží v jedné z polorovin určených přímkou p . Urči na přímce p bod X tak, aby součet $|AX| + |XB|$ byl minimální.

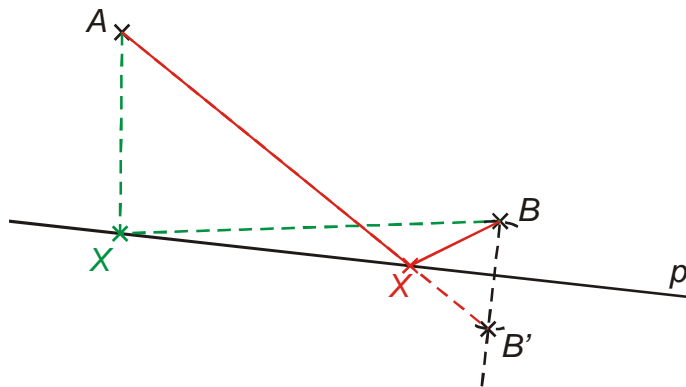


Je zřejmé, že naznačená poloha bodu X nespĺňuje podmínku minimálního součtu délek. Správná poloha bodu X leží určitě více vpravo od polohy na obrázku. Jak najít správnou polohu?

Nejkratší spojnicí dvou bodů je úsečka \Rightarrow zkusíme součet vzdáleností $|AX| + |XB|$ „narovnat“ pomocí osové souměrnosti $O(p)$:



Součet $|AX| + |XB'|$ je minimální (obě úsečky tvoří jednu úsečku AB') \Rightarrow součet $|AX| + |XB|$ bude také minimální (body B a B' jsou osově souměrné a proto platí $|XB'| = |XB|$)



Pedagogická poznámka: Předchozí příklad patří k těm (v geometrii velice častým), které není příliš vhodné promítat ve formě statických obrázků. Daleko názornější je konstruovat ho na tabuli nebo použít dynamický model v Cabri.

Př. 10: Petáková:

strana 81/cvičení 51 a) b) c)

strana 81/cvičení 52 a) b) c)

Shrnutí: