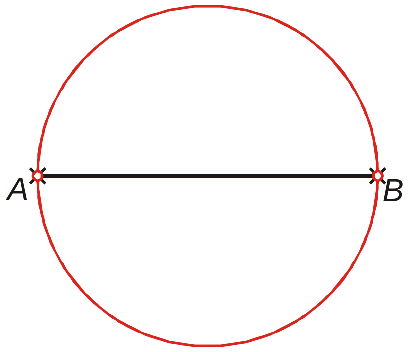
3.4.4 Množiny bodů dané vlastnosti II

Předpoklady: 3403

Př. 1: Urči množinu vrcholů všech pravých úhlů, jejichž ramena procházejí danými body *A*, *B*.

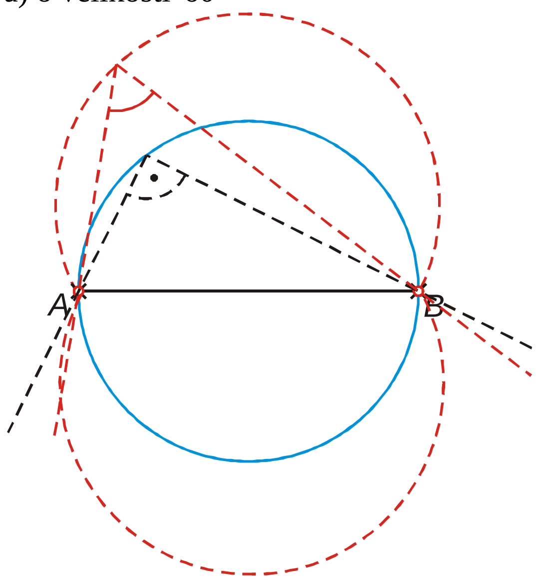
Hledáme množinu všech bodů, ze kterých je úsečka *AB* vidět pod pravým úhlem $\Rightarrow$ hledáme Thaletovu kružnici.



Symbolicky píšeme $\tau_{AB} = \{X \in \rho; |\sphericalangle AXB| = 90°\}$

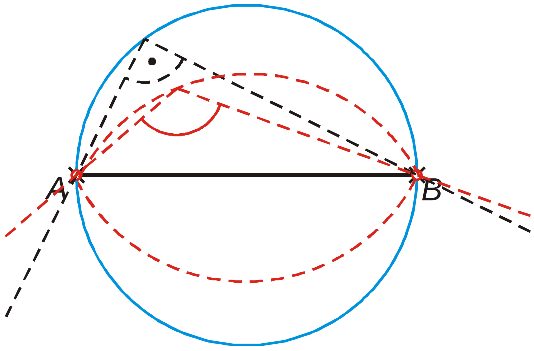
Př. 2: Nakresli úsečku *AB* a množinu vrcholů všech pravých úhlů, jejichž ramena procházejí danými body *A*, *B*. Zkus odhadnou, jak bude vypadat množina vrcholů všech úhlů:
a) o velikosti $60°$
b) o velikosti $130°$
jejichž ramena prochází danými body *A*, *B*.

a) o velikosti $60°$



Na Thaletově kružnici leží body, ze kterých je úsečka *AB* vidět pod úhlem $90°$. Pokud se posuneme z Thaletovy kružnice směrem „ven od úsečky“, velikost úhlu, jehož ramena procházejí body *A*, *B* se zmenší $\Rightarrow$ hledanou množinu tvoří body, které leží dále od úsečky než body Thaletovy kružnice.

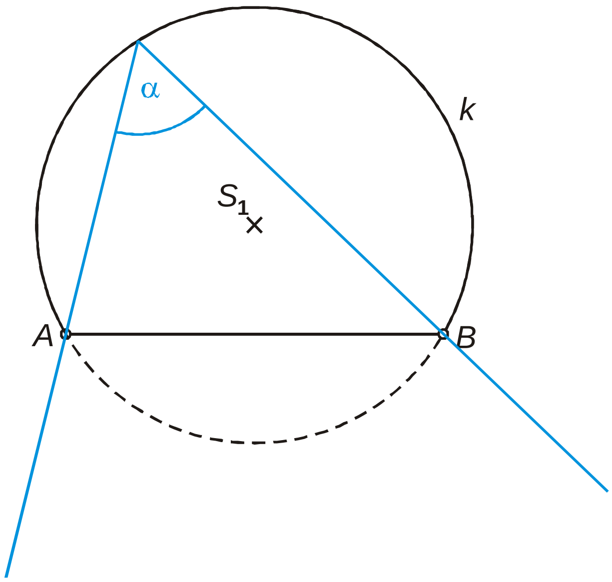
b) o velikosti $130°$



Na Thaletově kružnici leží body, ze kterých je úsečka *AB* vidět pod úhlem $90°$. Pokud se posuneme z Thaletovy kružnice směrem „dovnitř k úsečce“, velikost úhlu, jehož ramena procházejí body *A*, *B* se zvětší $\Rightarrow$ hledanou množinu tvoří body, které leží blíže k úsečce než body Thaletovy kružnice.

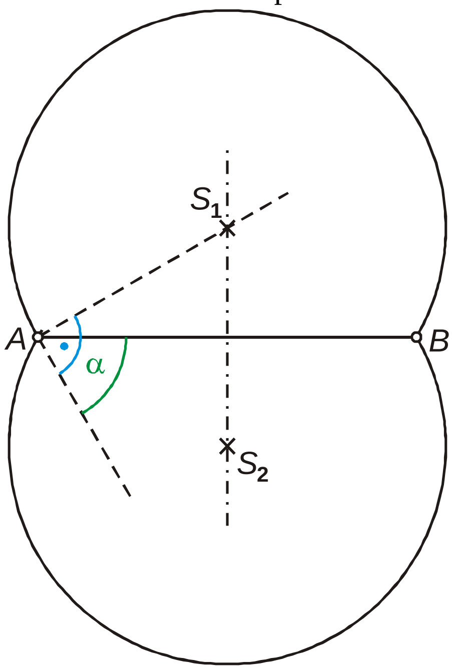
Množina vrcholů všech úhlů o velikosti α, jejichž ramena procházejí danými body *A*, *B* ($A \neq B$), tj. množina všech bodů z nichž vidíme danou úsečku *AB* pod daným úhlem α, jsou dva shodné otevřené kružnicové oblouky k_1, k_2 s krajními body *A*, *B*. $\{X \in \rho; |\sphericalangle AXB| = \alpha\} = k_1 \cup k_2 \setminus \{A, B\}$

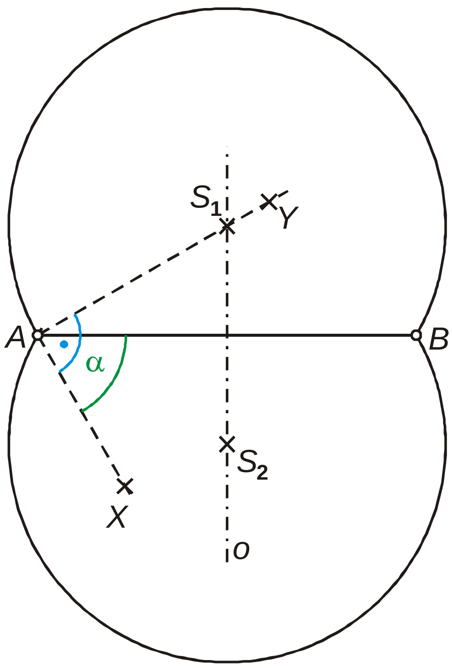
Př. 3: Dokaž, že pokud jeden z bodů na kružnicovém oblouku splňuje podmínku „z tohoto bodu je úsečka *AB* vidět pod úhlem α“, splňují ji i všechny ostatní body na tomto oblouku.



Úhel α je pro kružnici *k* obvodovým úhlem vzhledem k oblouku *AB* $\Rightarrow$ každý další úhel s vrcholem na tomto kružnicovém oblouku bude opět obvodovým úhlem kružnice *k* vzhledem k oblouku *AB* a bude mít stejnou velikost α.

Př. 4: Na obrázku je zakreslena konstrukce kruhových oblouků pro množinu bodů, ze kterých je úsečka *AB* vidět pod úhlem $\alpha = 60°$. Narýsuj tuto množinu pro danou úsečku *AB*. Sestav zápis konstrukce.



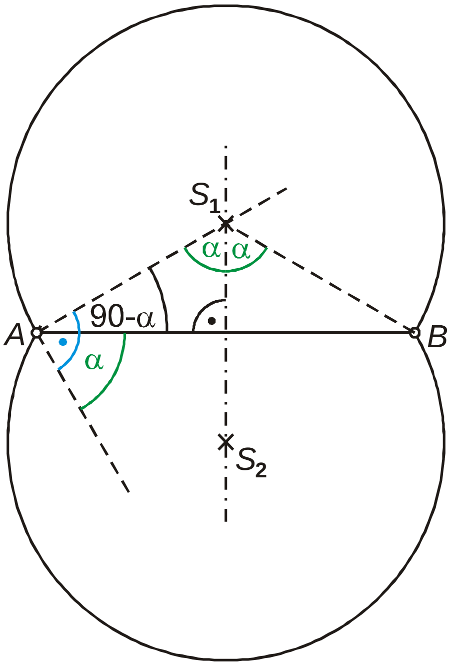


1. AB
2. $\mapsto AX, |\sphericalangle BAX| = \alpha = 60°$
3. $o = \{X \in \rho; |AX| = |BX|\}$
4. $\mapsto AY; AY \perp AX; \mapsto AY \cap o = S_1$
5. $S_2; S_2 \in o; |S_2 \leftrightarrow AB| = |S_1 \leftrightarrow AB|$
6. $k_1(S_1; |S_1A|)$
7. $k_2(S_2; |S_2A|)$

Pedagogická poznámka: Studenti nemají s předchozím příkladem problémy. Téměř vždy se však objeví pár jednotlivců, kteří sestrojí osu úsečky a ihned poté označí pomocné body, které pro její konstrukci použili jako body S_1, S_2. Na tyto studenty je nutné dávat větší pozor, zřejmě pracují zcela automaticky a nemají ponětí o smyslu toho, co právě dělají.

Př. 5: Dokaž správnost konstrukce množiny bodů, ze kterých je úsečka vidět pod úhlem α, použité v předchozím příkladě.

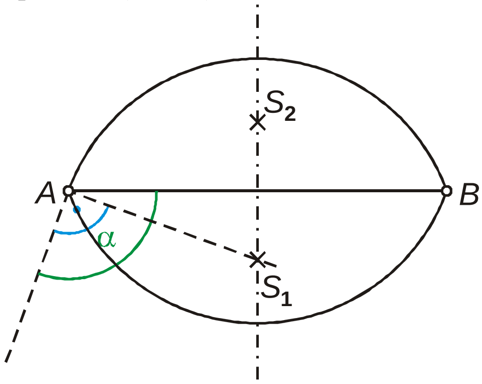
Dopočteme úhly vyznačené na obrázku:



Úhel AS_1B je středovým úhlem kružnice *k* vzhledem k oblouku *AB*. Jeho velikost je 2α $\Rightarrow$ všechny obvodové úhly tohoto oblouku vzhledem ke kružnici *k* budou mít velikost α.

Př. 6: Je dána úsečka *AB*. Narýsuj množinu všech bodů, ze kterých je tato úsečka vidět pod úhlem $110°$.

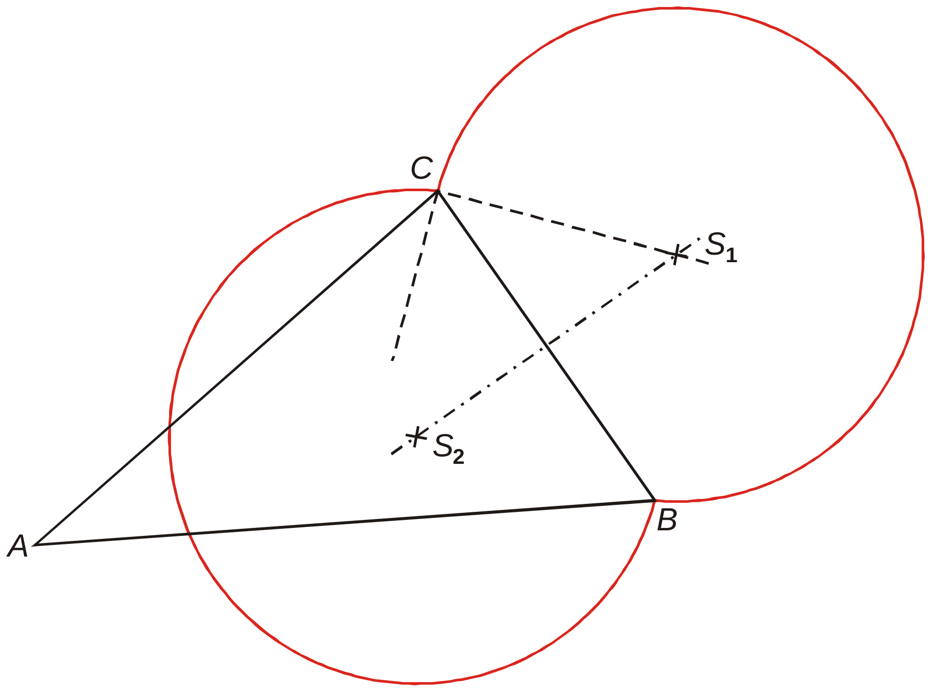
Použijeme stejný postup jako při konstrukci množiny bodů pro úhel $60°$, pouze vytáhneme opačnou (menší) část kružnice.



Pedagogická poznámka: Část studentů automaticky vytahuje nesprávné části oblouků. Odkazuji je na výsledek příkladu 2 s tím, že je třeba, aby při řešení příkladu měli obecnou představu o tom, jak má výsledek vypadat.

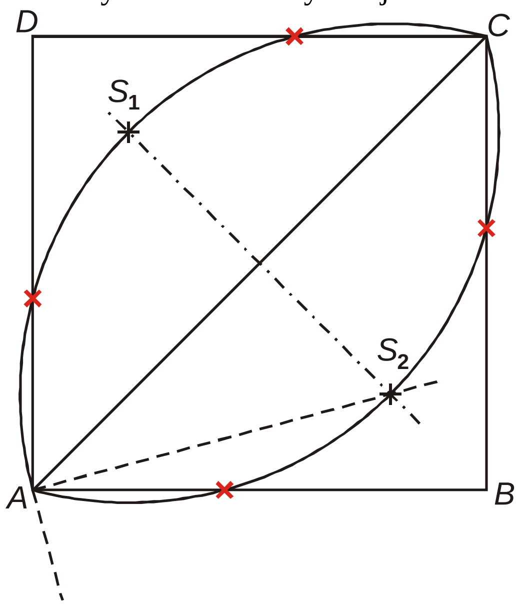
Př. 7: Je dán libovolný trojúhelník *ABC*. Narýsuj množinu všech bodů, ze kterých je strana *BC* vidět pod úhlem $50°$. Ověř přesnost rýsování úhloměrem.

Stejná konstrukce jako v předchozích případech.



Př. 8: Je dán čtverec *ABCD*. Na jeho obvodu najdi všechny body *X*, ze kterých je úhlopříčka *AC* vidět pod úhlem $120°$.

Nakreslíme množinu bodů, ze kterých je úhlopříčka *AC* vidět pod úhlem $120°$. Průsečíky této množiny se stranami krychle jsou hledané body.



Př. 9: Petáková:
strana 76/cvičení 2 c) e) h)

Shrnutí: Množinou všech bodů z nichž vidíme danou úsečku *AB* pod daným úhlem α jsou dva shodné otevřené kružnicové oblouky k_1, k_2 s krajními body *A*, *B*.