

2.4.10 Rovnice s absolutní hodnotou II

Př. 1: Vyřeš rovnici $|7-4x|+2=1$ pomocí dělení R na intervaly.

$$x \in \left(-\infty; \frac{7}{4}\right) \quad 7-4x \geq 0 \Rightarrow |7-4x| = 7-4x \quad x=2 \Rightarrow K_1 = \emptyset$$

$$x \in \left(\frac{7}{4}; \infty\right) \quad 7-4x \leq 0 \Rightarrow |7-4x| = -(7-4x) = 4x-7 \quad x = \frac{3}{2} \Rightarrow K_2 = \emptyset$$

$$K = K_1 \cup K_2 = \emptyset$$

Př. 2: Vyřeš rovnici $2(x+1) = |x-1|$ pomocí metody dělení R na intervaly.

$$x \in (-\infty; 1) \quad x-1 \leq 0 \Rightarrow |x-1| = -(x-1) = -x+1 \quad x = -\frac{1}{3} \Rightarrow K_1 = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$$

$$x \in \langle 1; \infty) \quad x-1 \geq 0 \Rightarrow |x-1| = x-1 \quad x = -3 \Rightarrow K_2 = \emptyset$$

$$K = K_1 \cup K_2 = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$$

Př. 3: Vyřeš rovnici $|x-2| = 2-x$.

$$x \in (-\infty; 2) \quad x-2 \leq 0 \Rightarrow |x-2| = -(x-2) = -x+2 \quad 0=0 \Rightarrow K_1 = (-\infty; 2)$$

$$x \in \langle 2; \infty) \quad x-2 \geq 0 \Rightarrow |x-2| = x-2 \quad x=2 \Rightarrow K_2 = \{2\}$$

$$K = K_1 \cup K_2 = (-\infty; 2)$$

Př. 4: Vyřeš rovnici $|x+1| - |1-x| + 2 = x$.

$$x \in (-\infty; -1) \quad x=0 \Rightarrow K_1 = \emptyset$$

$$x \in \langle -1; 1) \quad x = -2 \text{ nepatří mezi čísla, se kterými jsme počítali} \Rightarrow K_2 = \emptyset$$

$$x \in \langle 1; \infty) \quad x=4 \Rightarrow K_3 = \{4\}$$

$$K = K_1 \cup K_2 \cup K_3 = \{4\}$$

Př. 5: Vyřeš rovnici $|4-x| - |2x+3| = 7$.

$$x \in \left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \quad 4-x+2x+3=7 \quad x=0 \Rightarrow K_1 = \emptyset$$

$$x \in \left(-\frac{3}{2}; 4\right) \quad 4-x-2x-3=7 \quad x=-2 \Rightarrow K_2 = \emptyset$$

$$x \in \langle 4; \infty) \quad -4+x-2x-3=7 \quad x=-14 \Rightarrow K_3 = \emptyset$$

$$K = K_1 \cup K_2 \cup K_3 = \emptyset$$

Př. 6: Vyřeš rovnici $|x+2| = 4|x-3|$.

$$x \in (-\infty; -2) \quad -x-2 = -4(x-3) \quad x = \frac{14}{3} \Rightarrow K_1 = \emptyset$$

$$x \in \langle -2; 3) \quad x+2 = -4(x-3) \quad x=2 \Rightarrow K_2 = \{2\}$$

$$x \in \langle 3; \infty) \quad x+2 = 4(x-3) \quad x = \frac{14}{3} \Rightarrow K_3 = \left\{\frac{14}{3}\right\}$$

$$K = K_1 \cup K_2 \cup K_3 = \left\{2; \frac{14}{3}\right\}$$

Př. 7: Vyřeš rovnici $|x-4| + |2x-1| = |x| + 3$

$$x \in (-\infty; 0) \quad -x+4-2x+1 = -x+3 \quad x=1 \Rightarrow K_1 = \emptyset$$

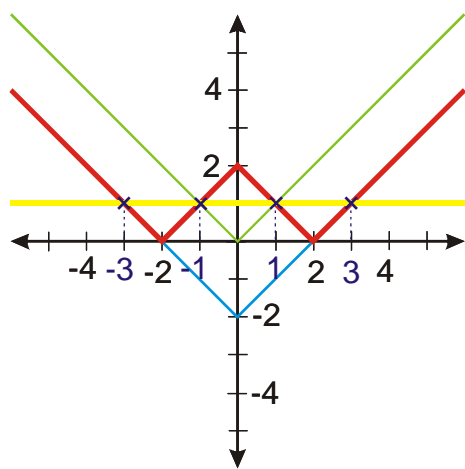
$$x \in \left\langle 0; \frac{1}{2} \right\rangle \quad -x+4-2x+1 = x+3 \quad x = \frac{1}{2} \Rightarrow K_2 = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

$$x \in \left\langle \frac{1}{2}; 4 \right\rangle \quad -x+4+2x-1 = x+3 \quad 0x=0 \Rightarrow K_3 = \left\langle \frac{1}{2}; 4 \right\rangle$$

$$x \in \langle 4; \infty \rangle \quad x-4+2x-1 = x+3 \quad x=4 \Rightarrow K_4 = \{4\}$$

$$K = K_1 \cup K_2 \cup K_3 \cup K_4 = \left\langle \frac{1}{2}; 4 \right\rangle$$

Př. 8: Vyřeš rovnici $||x|-2|=1$



$$K = \{-3, -1, 1, 3\}$$

Př. 9: Vyřeš rovnici $||x|-2|=1$ metodou dělení definičního oboru na intervaly.

odstráním nejdříve vnitřní absolutní hodnotu, protože vím, kdy je číslo uvnitř kladné nebo záporné, o úpravě pak budu dělit dál

$\leftarrow \begin{array}{c} | \\ 0 \end{array} \rightarrow \Rightarrow$ dva intervaly

$$x \in (-\infty, 0)$$

$$|x| = -x$$

$$|-x-2|=1$$

$\leftarrow \begin{array}{c} | \\ -2 \end{array} \rightarrow$
 \Rightarrow dva intervaly

$$x \in (-\infty, -2) \quad -x-2=1$$

$$x = -3 \text{ je v intervalu } \Rightarrow K_1 = \{-3\}$$

$$x \in \langle -2, 0 \rangle \quad x+2=1$$

$$x = -1 \text{ je v intervalu } \Rightarrow K_2 = \{0\}$$

$$x \in \langle 0, \infty \rangle$$

$$|x| = x$$

$$|x-2|=1$$

$\leftarrow \begin{array}{c} | \\ 2 \end{array} \rightarrow$
 \Rightarrow dva intervaly

$$x \in \langle 0, 2 \rangle \quad -x+2=1$$

$$x = 1 \text{ je v intervalu } \Rightarrow K_3 = \{1\}$$

$$x \in \langle 2, \infty \rangle \quad x-2=1$$

$$x = 3 \text{ je v intervalu } \Rightarrow K_4 = \{3\}$$

$$K = K_1 \cup K_2 \cup K_3 \cup K_4 = \{-3; -1; 1; 3\}$$