

1.8.1 Krácení a rozšiřování lomených výrazů

Př. 1: Urči podmínky, za kterých mají smysl lomené výrazy:

a) $\frac{1}{x-1} \Rightarrow x-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$

b) $\frac{2x-3}{x+2} \Rightarrow x+2 \neq 0 \Rightarrow x \neq -2$ (na čitateli nezáleží, ten může být roven nule)

c) $\frac{3}{3x-4} \Rightarrow 3x-4 \neq 0 \Rightarrow 3x \neq 4 \Rightarrow x \neq \frac{4}{3}$

d) $\frac{x-2}{x^2+1} \Rightarrow x^2+1 \neq 0$ platí, vždy protože $x^2 \geq 0 \Rightarrow$ bez podmínky

e) $\frac{\frac{3x}{x+1}}{\frac{2x+1}{x-3}} \Rightarrow x \neq -1, x \neq 3, x \neq -\frac{1}{2}$

Př. 2: Najdi $D(18,24)$ a $n(18,24)$.

$$18 = 3 \cdot 6 = 2 \cdot 3^2$$

$$24 = 4 \cdot 6 = 2^3 \cdot 3$$

$$D(18,24) = 2 \cdot 3 = 6 \quad (\text{čísla v obou rozkladech})$$

$$n(18,24) = 2^3 \cdot 3^2 = 8 \cdot 9 = 72 \quad (\text{nejvyšší mocniny})$$

Př. 3: Najdi společný dělitel mnohočlenů $6x \cdot (x^2 - y^2)$ a $9y \cdot (x + y)^2$

$$6x \cdot (x^2 - y^2) = 2 \cdot 3x \cdot (x - y) \cdot (x + y)$$

$$9y \cdot (x + y)^2 = 3 \cdot 3y \cdot (x + y)^2$$

Př. 4: Najdi společný násobek mnohočlenů $6x \cdot (x^2 - y^2)$ a $9y \cdot (x + y)^2$

$$2 \cdot 3^2 \cdot x \cdot y \cdot (x - y)(x + y)^2 \quad - \text{ tento násobek bychom mohli nazývat nejjednodušší.}$$

Př. 5: Najdi nejsložitější společný dělitel a nejjednodušší společný násobek mnohočlenů

$$14a^2x^2y(x^2 - y^2) \cdot (a - b) \quad \text{a} \quad 21ay(x - y) \cdot (a^2 - 2ab + b^2).$$

$$14a^2x^2y(x^2 - y^2) \cdot (a - b) = 2 \cdot 7 \cdot a^2x^2y(x - y)(x + y)(a - b)$$

$$21ay(x - y) \cdot (a^2 - 2ab + b^2) = 3 \cdot 7 \cdot a \cdot y(x - y) \cdot (a - b)^2$$

$$\text{nejsložitější společný dělitel (součin společných mocnin): } 7 \cdot ay(x - y)(a - b)$$

$$\text{společný násobek (součin nejvyšších mocnin): } 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot a^2x^2y(x - y)(x + y)(a - b)^2$$

Př. 6: Změň čítele lomeného výrazu $\frac{(x+1)x^2-1}{(6x-5)(x+1)}$ pomocí závorek tak, aby bylo možné jej upravit krácením.

Př. 7: Zkrať lomené výrazy:

a) $\frac{15b^2xy^2}{20b^2x^2y} = \frac{3 \cdot 5 \cdot b^2xy^2}{4 \cdot 5 \cdot b^2x^2y} = \frac{3y}{4x}$

b) $\frac{(x+1)^2(x-1)}{(x-1)^3(x+1)} = \frac{x+1}{(x-1)^2}$

c) $\frac{x^2-y^2}{x-2xy+y^2} = \frac{(x-y)(x+y)}{(x-y)^2} = \frac{x+y}{x-y}$

d) $\frac{6r^2 \cdot (p^2-4) \cdot (x+y)^2}{9r^2 \cdot (p+2) \cdot (x^2-y^2)} = \frac{2 \cdot 3(p+2)(p-2)(x+y)^2}{3^2(p+2) \cdot (x-y)(x+y)} = \frac{2(p-2)(x+y)}{3(x-y)}$

e) $\frac{y^2-y-6}{y^2-4y+3} = \frac{(y-3)(y+2)}{(y-3)(y-1)} = \frac{y+2}{y-1}$

f) $\frac{9p^2+1}{9p^2-1} = \frac{3^2p^2+1}{(3p-1) \cdot (3p+1)}$ - čítele není možné rozložit \Rightarrow zlomek nelze zjednodušit
zkrácením