

2.3.5 Stavová rovnice ideálního plynu

Stav plynu určují stavové veličiny: p , T , V , n , ρ , m .

Rovnice pro tlak: $p = \frac{1}{3} N_v m_0 v_k^2$ Dosadíme: $N_v = \frac{N}{V}$, $v_k^2 = \frac{3kT}{m_0}$

$$p = \frac{1}{3} \frac{N}{V} \cdot m_0 \cdot \frac{3kT}{m_0} \qquad p = \frac{kNT}{V}$$

- $pV = kNT$ - 1. verze stavové rovnice ideálního plynu (přes počet molekul)

Rozepíšeme si $N = n \cdot N_A$ (molární množství, Avogadrova konstanta)

$pV = nN_A kT$. Označíme: $N_A k = R$ (molární plynová konstanta $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$).

- $pV = nRT$ - 2. verze stavové rovnice ideálního plynu (přes molární množství)

Rozepíšeme si: $n = \frac{m}{M}$ $pV = \frac{m}{M} RT$ - 3. verze (přes molární hmotnost)

$pV = nRT$ $/: T$ $\frac{pV}{T} = nR$ Pokud se nemění množství plynu, je pravá strana stále stejná

\Rightarrow musí být stejná i levá strana $\Rightarrow \frac{pV}{T} = \text{konst.}$

Př. 1: Urči molární množství a počet molekul vodíku H_2 obsaženého v pout'ovém balónku o objemu $V = 41$ při teplotě $t = 30^\circ\text{C}$ a tlaku $p = 130 \text{ kPa}$.

Zjistíme molární množství \Rightarrow použijeme druhou verzi stavové rovnice: $pV = nRT$.

$V = 41 = 0,004 \text{ m}^3$, $t = 30^\circ\text{C} = 303,15 \text{ K}$, $p = 130 \text{ kPa} = 130000 \text{ Pa}$, $n = ?$, $N = ?$

$$pV = nRT \qquad \frac{pV}{RT} = n \qquad n = \frac{pV}{RT} = \frac{130000 \cdot 0,004}{8,31 \cdot 303,15} \text{ mol} = 0,206 \text{ mol}$$

$$N = n \cdot N_A = 0,206 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 1,24 \cdot 10^{23}$$

Př. 2: Jak se změní objem balónku, když vystoupá do výšky 2000 m, kde je teplota 10°C a kvůli poklesu okolního tlaku se sníží i tlak v balónku na 100 kPa.

$V_1 = 41 = 0,004 \text{ m}^3$, $t_1 = 30^\circ\text{C} = 303,15 \text{ K}$, $p_1 = 130 \text{ kPa} = 130000 \text{ Pa}$, $t_2 = 10^\circ\text{C} = 283,15 \text{ K}$,

$p_2 = 100 \text{ kPa} = 100000 \text{ Pa}$, $V_2 = ?$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \qquad \frac{p_1 V_1 T_2}{p_2 T_1} = V_2 \qquad V_2 = \frac{p_1 V_1 T_2}{p_2 T_1} = \frac{130000 \cdot 0,004 \cdot 283,15}{100000 \cdot 303,15} \text{ m}^3 = 4,86 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 4,86 \text{ l}$$

Př. 3: Teplota 1,5 kg metanu v uzavřené tlakové lahvi je 300°C . Urči jaký je jeho tlak pokud je objem lahve 50 l.

$V = 50 \text{ l} = 0,05 \text{ m}^3$, $t = 300^\circ\text{C} = 573,15 \text{ K}$, $m = 1,5 \text{ kg}$, $p = ?$

Potřebujeme molární hmotnost metanu CH_4 :

$$M(CH_4) = M(C) + 4 \cdot M(H) = 12 + 4 \cdot 1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = 0,016 \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$p = \frac{mRT}{MV} = \frac{1,5 \cdot 8,31 \cdot 573,15}{0,016 \cdot 0,05} \text{ Pa} = 8930000 \text{ Pa} = 8,9 \text{ MPa}$$

Poznámka: Předchozí příklad je značně umělý. Ve skutečnosti se plyny (například propan-butan) v tlakových lahvích vyskytují v kapalném stavu. Například nejmenší propan-butanová

láhev obsahuje 2 kg kapalného plynu o hustotě kolem $500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Její vnitřní objem je tedy kolem 4 l. Jak je možné, že je v lahvi propan-butan kapalný i při teplotě 20°C si vysvětlíme později.

Př. 4: Urči objem jednoho molu plynu za normálních podmínek (molární objem).

$$t = 0^\circ\text{C} = 273,15 \text{ K}, \quad p = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad N = 6,023 \cdot 10^{23}, \quad k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}, \quad V = ?$$

$$pV = kNT$$

$$V = \frac{kNT}{p} = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 6,023 \cdot 10^{23} \cdot 273,15}{1,013 \cdot 10^5} \text{ m}^3 = 2,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 = 22,41$$

Př. 5: 35 litrů vzduchu v pneumatice osobního automobilu se při jízdě zahřeje na teplotu 60°C . Tlak v pneumatice během jízdy se rovná $250\,000 \text{ Pa}$. Urči, jaký objem vzduchu o teplotě 20°C a tlaku $100\,000 \text{ Pa}$ je nutné do pneumatiky nahustit.

$$t_1 = 20^\circ\text{C} = 293 \text{ K}, \quad p_1 = 100\,000 \text{ Pa}, \quad t_2 = 60^\circ\text{C} = 333 \text{ K}, \quad p_2 = 250\,000 \text{ Pa}, \quad V_2 = 351, \quad V_1 = ?$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \quad V_1 = \frac{p_2 V_2 T_1}{p_1 T_2} \quad V_1 = \frac{p_2 V_2 T_1}{p_1 T_2} = \frac{250\,000 \cdot 0,35 \cdot 293}{100\,000 \cdot 333} \text{ l} = 771$$

Př. 6: Vzduch v ucpané stříkačce stlačíme na jednu pětinu původního objemu. Během stlačování se teplota plynu zvýší o 10°C . Urči tlak vzduchu, pokud měl na začátku stlačování teplotu 20°C a tlak $100\,000 \text{ Pa}$.

$$t_1 = 20^\circ\text{C} = 293 \text{ K}, \quad p_1 = 100\,000 \text{ Pa}, \quad t_2 = 30^\circ\text{C} = 303 \text{ K}, \quad V_2 = \frac{V_1}{5}, \quad p_2 = ?$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \quad \frac{p_1 V_1 T_2}{V_2 T_1} = p_2 \quad p_2 = \frac{p_1 V_1 T_2}{V_2 T_1} = \frac{100\,000 \cdot V_1 \cdot 303}{\frac{V_1}{5} \cdot 293} = \frac{100\,000 \cdot 303 \cdot 5}{293} \text{ Pa} = 517\,000 \text{ Pa}$$

Př. 7: Při nafukování kola je třeba stlačit pumpičku o objemu pístu 0,1 litru celkem šedesátkrát. Do pístu pumpičky se nasává vzduch o tlaku $100\,000 \text{ Pa}$ a teplotě 20°C . Urči, jaká část vzduchu unikne mimo duši kola, pokud nafouknutá duše má objem 2,3, tlak 1,8 atm a vzduch má ihned po napumpování teplotu 25°C .

Množství vzduchu nasátého do pumpičky:

$$V = 60 \cdot 0,11 = 6,6 \text{ l} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \quad p = 100\,000 \text{ Pa}, \quad t = 20^\circ\text{C} = 293 \text{ K}, \quad n = ?$$

$$pV = nRT \Rightarrow n = \frac{pV}{RT} = \frac{100\,000 \cdot 6 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 293} \text{ mol} = 0,25 \text{ mol}$$

Množství vzduchu v napumpované duši:

$$V = 2,31 = 2,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \quad p = 180\,000 \text{ Pa}, \quad t = 25^\circ\text{C} = 298 \text{ K}, \quad n = ?$$

$$pV = nRT \Rightarrow n = \frac{pV}{RT} = \frac{180\,000 \cdot 2,3 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 298} \text{ mol} = 0,17 \text{ mol}$$

Porovnání:

$$0,25 \text{ mol} \quad \dots \quad 100\%$$

$$0,17 \text{ mol} \quad \dots \quad x\%$$

$$\frac{x}{0,17} = \frac{100}{0,25} \Rightarrow x = \frac{0,17}{0,25} \cdot 100\% = 68\%$$

Během pumpování unikla mimo duši přibližně třetina vzduchu nasátého do pumpičky.