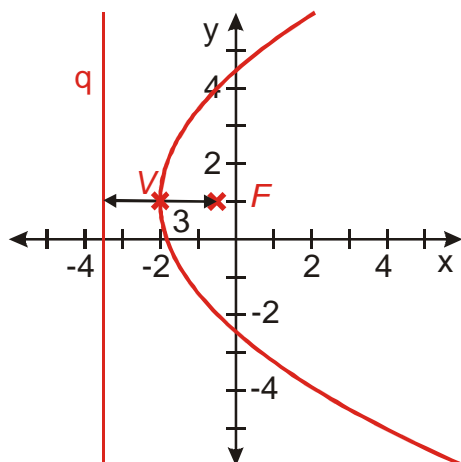


7.5.13 Rovnice paraboly

Př. 1: Sepiš všechny rovnice pro paraboly a nakresli k nim odpovídající obrázky. Na každém obrázku vyznač vzdálenost p .

Př. 2: Urči souřadnice vrcholu, ohniska a rovnici řídící přímky paraboly, která je dána rovnicí $(y-1)^2 = 6(x+2)$.



Upravíme rovnici: $(y-1)^2 = 2 \cdot 3(x+2) \Rightarrow$ vrchol: $V[-2;1]$, parametr $p=3$.

Ohnisko: $F\left[-2+\frac{3}{2};1\right]=\left[-\frac{1}{2};1\right]$, řídící přímka:

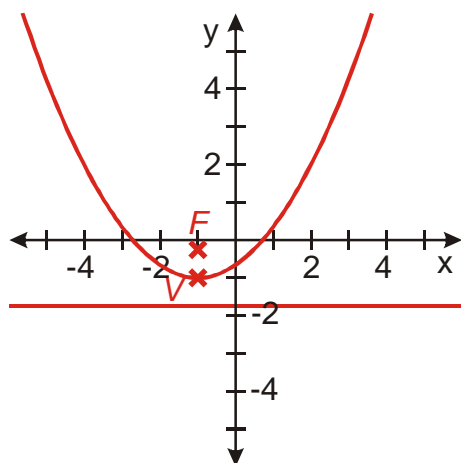
$$x = -2 - \frac{3}{2} = -\frac{7}{2}.$$

Př. 3: Napiš vrcholovou rovnici paraboly s vrcholem v bodě $V\left[-1;\frac{3}{2}\right]$ a ohniskem $F[-1;-1]$.

Platí: $|VF| = \frac{5}{2} = \frac{p}{2} \Rightarrow p=5$.

$$(x+1)^2 = -2 \cdot 5 \left(y - \frac{3}{2}\right).$$

Př. 4: Urči vrchol, ohnisko a řídící přímku paraboly dané rovnicí $x^2 + 2x - 3y - 2 = 0$. Načrtni obrázek paraboly.



$$x^2 + 2x - 3y - 2 = 0$$

$$x^2 + 2x \cdot 1 + 1^2 - 1^2 = 3y + 2$$

$$(x+1)^2 = 3y + 3 \quad (x+1)^2 = 3(y+1)$$

$$(x+1)^2 = 2 \cdot \frac{3}{2}(y+1) \Rightarrow \text{vrchol: } V[-1;-1], \text{ parametr}$$

$$p = \frac{3}{2}.$$

Ohnisko: $F\left[-1;-1+\frac{3}{4}\right]=\left[-1;-\frac{1}{4}\right]$, řídící přímka:

$$y = -1 - \frac{3}{4} = -\frac{7}{4}.$$

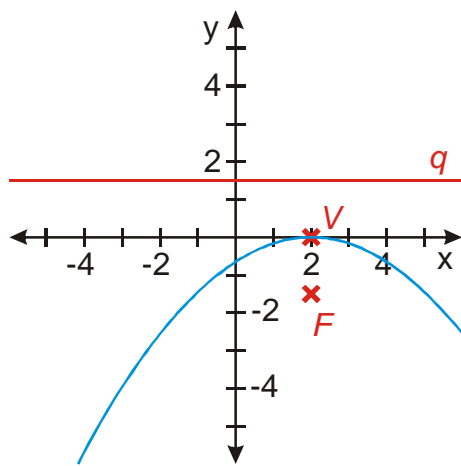
Př. 5: Urči vrchol, ohnisko a řídící přímku paraboly dané rovnicí:

a) $x^2 - 4x + 6y + 4 = 0$

b) $y^2 - 6x - 10 = 0$

c) $y^2 + y + 4x + 3 = 0$.

a) $x^2 - 4x + 6y + 4 = 0$



Upravujeme nejdřív závorku pro souřadnici x :

$$x^2 - 2x \cdot 2 + 2^2 - 2^2 = -6y - 4$$

$$(x-2)^2 - 4 = -6y - 4$$

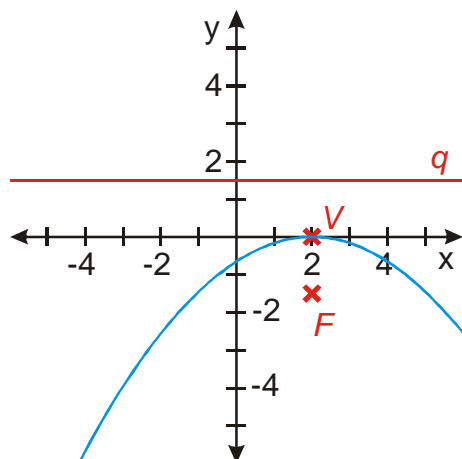
$$(x-2)^2 = -2 \cdot 3y \Rightarrow \text{vrchol: } V[2;0], \text{ parametr } p = 3.$$

Osa paraboly je rovnoběžná s osou y , parabola je orientována směrem dolů \Rightarrow

$$\text{ohnisko: } F\left[2; 0 - \frac{3}{2}\right] = \left[2; -\frac{3}{2}\right],$$

$$\text{řídící přímka: } y = \frac{3}{2}.$$

b) $y^2 - 6x - 10 = 0$



$$y^2 = 6x + 10 \quad y^2 = 6\left(x + \frac{10}{6}\right) \quad y^2 = 2 \cdot 3\left(x + \frac{5}{3}\right) \Rightarrow$$

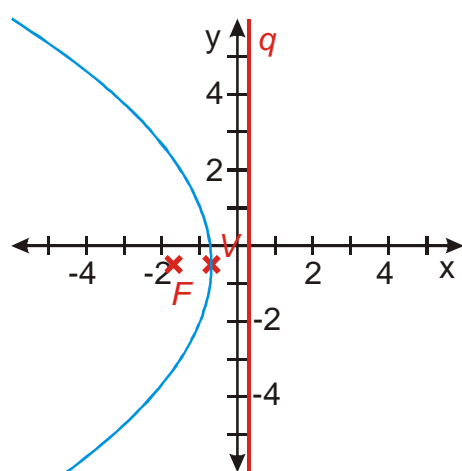
$$\text{vrchol: } V\left[-\frac{5}{3}; 0\right], \text{ parametr } p = 3.$$

Osa paraboly je rovnoběžná s osou x , parabola je orientována směrem doprava \Rightarrow

$$\text{ohnisko: } F\left[-\frac{5}{3} + \frac{3}{2}; 0\right] = \left[-\frac{1}{6}; 0\right],$$

$$\text{řídící přímka: } x = -\frac{5}{3} - \frac{3}{2} = -\frac{19}{6}.$$

c) $y^2 + y + 4x + 3 = 0$



$$y^2 + 2y \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = -4x - 3$$

$$\left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = -2 \cdot 2\left(x + \frac{11}{16}\right) \Rightarrow \text{vrchol: } V\left[-\frac{11}{16}; -\frac{1}{2}\right],$$

parametr $p = 2$.

Osa paraboly je rovnoběžná s osou x , parabola je orientována směrem doleva \Rightarrow

$$\text{ohnisko: } F\left[-\frac{11}{16} - 1; -\frac{1}{2}\right] = \left[-\frac{27}{16}; -\frac{1}{2}\right],$$

$$\text{řídící přímka: } x = -\frac{11}{16} + 1 = \frac{5}{16}.$$

Př. 6: (BONUS) Šikmý vrh je při vhodné volbě souřadnic popsán pomocí souřadnic takto:

$$x = vt \cos \alpha \quad \text{a} \quad y = vt \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2.$$

a) Dokaž, že body z předpisu leží na parabole. b) Najdi vrchol této paraboly.

$$x = vt \cos \alpha \Rightarrow t = \frac{x}{v \cos \alpha} \Rightarrow y = v \frac{x}{v \cos \alpha} \sin \alpha - \frac{1}{2}g \left(\frac{x}{v \cos \alpha}\right)^2.$$

$$y = x \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{g}{2v^2 \cos^2 \alpha} x^2 \quad \text{- obecná rovnice paraboly, převedeme na středový tvar.}$$

$$\frac{g}{2v^2 \cos^2 \alpha} x^2 - x \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -y \quad \left(x - \frac{v^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}\right)^2 = -\frac{2v^2 \cos^2 \alpha}{g} \left(y - \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{g}\right)$$