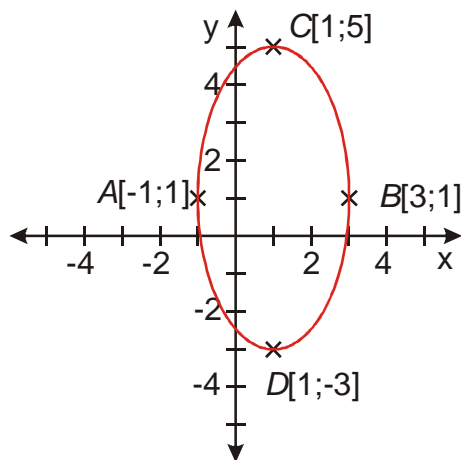


7.5.8 Středová rovnice elipsy

Př. 1: Vrcholy elipsy leží v bodech $A[-1;1]$, $B[3;1]$, $C[1;5]$, $D[1;-3]$. Urči parametry elipsy a souřadnice jejích ohnisek.



Střed elipsy = střed úsečky AB : $S\left[\frac{-1+3}{2}; \frac{1+1}{2}\right] = [1;1]$.

Vodorovná poloosa (nyní vedlejší) $a = |SA| = 2$.

Svislá poloosa (nyní hlavní) $b = |SC| = 4$.

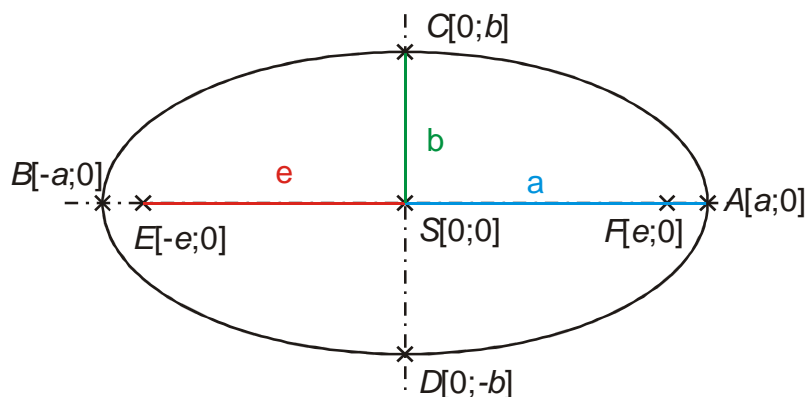
Výstřednost:

$$b^2 = a^2 + e^2 \Rightarrow e = \sqrt{b^2 - a^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}.$$

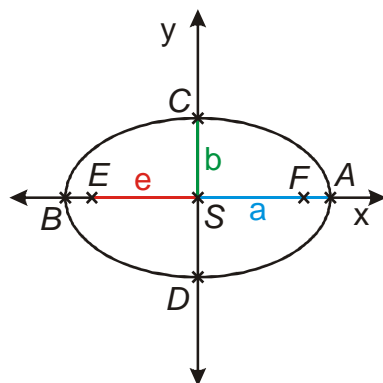
Ohniska (posunutá od středu o e ve svislém směru)

$$F[1-2\sqrt{3};1], E[1+2\sqrt{3};1].$$

Př. 2: Je dána elipsa se středem v počátku soustavy souřadnic, hlavní poloosou a , vedlejší poloosou b a výstředností e . Urči souřadnice jejích ohnisek a vrcholů. Na základě rovnosti z definice elipsy, poznatků o vzájemných vztazích parametrů a , b , e odvoď rovnici této elipsy.

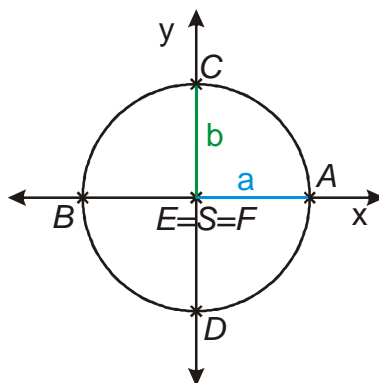


$A[a;0]$, $B[-a;0]$, $C[0;b]$; $D[0;-b]$., $F[e;0]$, $E[-e;0]$.



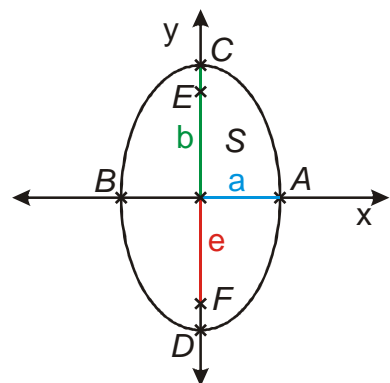
$$a > b \Rightarrow e^2 = a^2 - b^2$$

„ležatá“ elipsa



$$a = b$$

kružnice $x^2 + y^2 = a^2$



$$a < b \Rightarrow e^2 = b^2 - a^2$$

„stožatá“ elipsa

- Dohoda o značení:

Př. 3: Elipsa je dána rovnicí $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$. Urči její typ, poloosy, výstřednost, vrcholy a ohniska.

Z rovnice vidíme: $a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$, $b^2 = 9 \Rightarrow b = 3 \Rightarrow$ jde o „stojatou“ elipsu.

Výstřednost: $b^2 = a^2 + e^2 \Rightarrow e = \sqrt{b^2 - a^2} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$.

$S[0;0]$, $A[2;0]$, $B[-2;0]$, $C[0;3]$; $D[0;-3]$, $F[0;\sqrt{5}]$, $E[0;-\sqrt{5}]$.

- $x^2 + y^2 = 9$ $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9 \Rightarrow$ kružnice se středem v bodě $S[2;-1]$.

Př. 4: Napiš rovnici elipsy, která je shodná s elipsou $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ a jejíž střed leží v bodě $[2;-1]$.

Podle analogie s rovnicí kružnice půjde zřejmě o rovnici $\frac{(x-2)^2}{4} + \frac{(y+1)^2}{9} = 1$.

Př. 5: Napiš rovnici elipsy se středem v bodě $S[m;n]$ s hlavní poloosou a a vedlejší poloosou b .

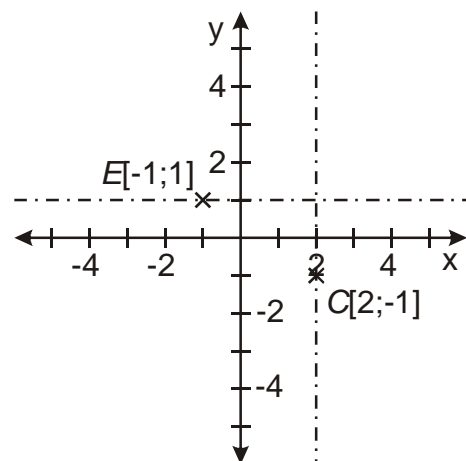
Podle předchozího příkladu jde zřejmě o rovnici $\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$.

Př. 6: Najdi střed, vrcholy a ohniska elipsy dané rovnicí $\frac{(x-2)^2}{16} + \frac{(y+1)^2}{25} = 1$.

$S[2;-1]$, $a = 4$, $b = 5$, $e = \sqrt{b^2 - a^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$, $C[2;4]$, $D[2;-6]$, $A[6;-1]$, $B[-2;-1]$.

Ohniska: $E[2;2]$, $F[2;-4]$.

Př. 7: Napiš středovou rovnici elipsy, jejíž osy jsou rovnoběžné se souřadnými osami, pokud znáš souřadnice vedlejšího vrcholu $C[2;-1]$ a jednoho ohniska $E[-1;1]$.



$S[2;-1]$, $e = |SE| = 3$, $b = |SC| = 2$, $a^2 = b^2 + e^2 \Rightarrow a = \sqrt{b^2 + e^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$.

Rovnice elipsy: $\frac{(x-2)^2}{13} + \frac{(y-1)^2}{4} = 1$.