

7.1.4 Střed úsečky

Předpoklady: 7103

Pedagogická poznámka: Tato látka nezabere celou hodinu. Většina studentů ji stihne za 20 minut.

střed úsečky – dělí úsečku na dvě stejné části

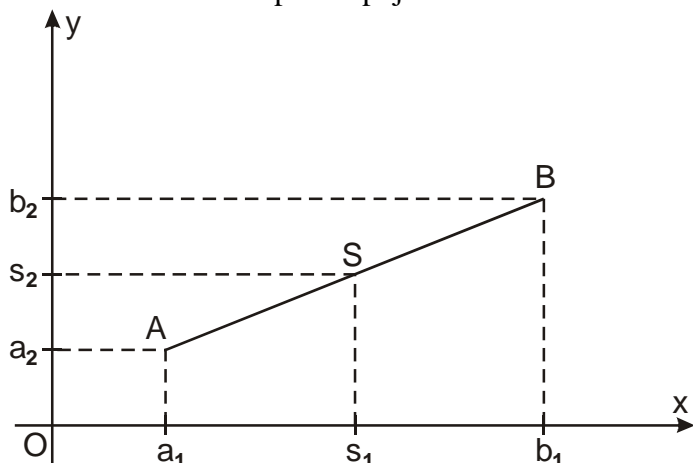
Na číselné ose máme dva body $A[7]$ a $B[3]$. Kde se na ose nachází střed úsečky AB ?

Pokud má být uprostřed, musí ležet na čísle 5, tedy $S[5]$.

Jakým matematickým postupem k této hodnotě dojdeme?

Je to průměr ze hodnot pro oba krajní body $\frac{7+3}{2} = 5$.

Jak se situace změní pokud půjde o úsečku v rovině?



Situace na obou souřadných osách je stejná jako předtím \Rightarrow spočteme obě souřadnice stejným způsobem

Pro střed $S[s_1; s_2]$ úsečky AB , kde $A[a_1; a_2]$, $B[b_1; b_2]$ platí:

$$s_1 = \frac{a_1 + b_1}{2}, s_2 = \frac{a_2 + b_2}{2}.$$

Př. 1: Sestav analogickou větu pro výpočet souřadnic středu úsečky v prostoru.

Pro střed $S[s_1; s_2; s_3]$ úsečky AB , kde $A[a_1; a_2; a_3]$, $B[b_1; b_2; b_3]$ platí:

$$s_1 = \frac{a_1 + b_1}{2}, s_2 = \frac{a_2 + b_2}{2}, s_3 = \frac{a_3 + b_3}{2}.$$

Př. 2: Urči střed úsečky AB , pokud platí:

a) $A[2; -1]$, $B[6; 3]$

b) $A[3; 3\sqrt{2}]$, $B[-3; \sqrt{2}]$

a) $s_1 = \frac{a_1 + b_1}{2} = \frac{2 + 6}{2} = 4$

$s_2 = \frac{a_2 + b_2}{2} = \frac{-1 + 3}{2} = 1$

Středem úsečky AB je bod $S_{AB}[4; 1]$.

b) $s_1 = \frac{a_1 + b_1}{2} = \frac{3 + (-3)}{2} = 0$

$s_2 = \frac{a_2 + b_2}{2} = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$

Středem úsečky AB je bod $S_{AB}[0; 2\sqrt{2}]$.

Př. 3: Jsou dány body $A[1; -2; -3]$ a $B[5; -4; 1]$. Urči střed úsečky AB . Spočti vzdálenosti $|AB|$, $|AS|$, $|BS|$ a ověř zda střed dělí úsečku na dvě stejné části.

Spočtu souřadnice středu:

$$s_1 = \frac{a_1 + b_1}{2} = \frac{1 + 5}{2} = 3 \quad s_2 = \frac{a_2 + b_2}{2} = \frac{-2 + (-4)}{2} = -3 \quad s_3 = \frac{a_3 + b_3}{2} = \frac{-3 + 1}{2} = -1$$

Vzdálenosti:

$$|AB| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2} = \sqrt{(5 - 1)^2 + (-4 - (-2))^2 + (1 - (-3))^2} = \sqrt{36} = 6$$

$$|AS| = \sqrt{(s_1 - a_1)^2 + (s_2 - a_2)^2 + (s_3 - a_3)^2} = \sqrt{(3 - 1)^2 + (-3 - (-2))^2 + (-1 - (-3))^2} = \sqrt{9} = 3$$

$$|BS| = \sqrt{(b_1 - s_1)^2 + (b_2 - s_2)^2 + (b_3 - s_3)^2} = \sqrt{(5 - 3)^2 + (-4 - (-3))^2 + (1 - (-1))^2} = \sqrt{9} = 3$$

Pedagogická poznámka: Bohužel se najde dost studentů, kteří už si nepamatují vzorec pro výpočet vzdálenosti.

Př. 4: Jsou dány body $S[1; -2; 3]$ a $B[2; 3; -1]$. Urči souřadnice bodu A tak, aby bod S byl středem úsečky AB .

Dosadím do rovnic pro souřadnice středu úsečky:

$$s_1 = \frac{a_1 + b_1}{2} = \frac{a_1 + 2}{2} = 1 \Rightarrow a_1 = 0$$

$$s_2 = \frac{a_2 + b_2}{2} = \frac{a_2 + 3}{2} = -2 \Rightarrow a_2 = -7$$

$$s_3 = \frac{a_3 + b_3}{2} = \frac{a_3 + (-1)}{2} = 3 \Rightarrow a_3 = 7$$

Bod A má souřadnice $A[0; -7; 7]$.

Pedagogická poznámka: Někteří studenti popletení předchozím příkladem zkusí vyřešit tento příklad pomocí vzdálenosti. Snažím se na navést k tomu, aby si uvědomili, že tak získají jedinou rovnici se třemi neznámými, zatímco pomocí vzorců pro střed úsečky mají tři rovnice s jedinou neznámou.