7.1.4 Střed úsečky

Předpoklady: 7103

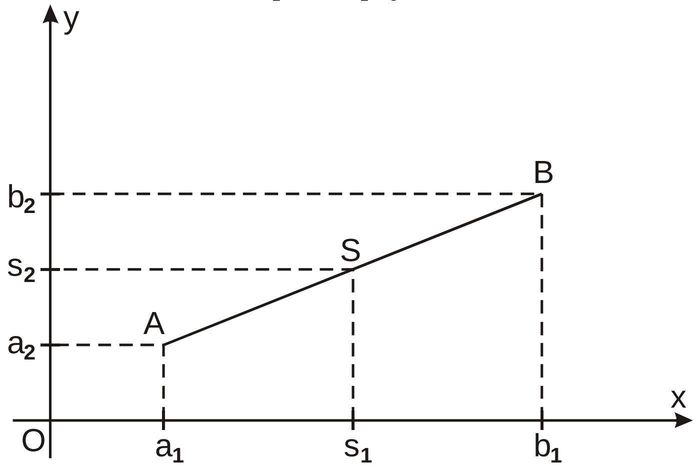
Pedagogická poznámka: Tato látka nezabere celou hodinu. Většina studentů ji stihne za 25 minut.

střed úsečky – dělí úsečku na dvě stejné části

Na číselné ose máme dva body $A[7]$ a $B[3]$. Kde se na ose nachází střed úsečky *AB*?
Pokud má být uprostřed, musí ležet na čísle 5, tedy $S[5]$.

Jakým matematickým postupem k této hodnotě dojdeme?
Spočítáme průměr ze hodnot pro oba krajní body $\frac{7+3}{2}=5$. Logické, protože střed úsečky je „průměrem" z jejích krajních bodů.

Jak se situace změní pokud půjde o úsečku v rovině?



Situace na obou souřadných osách je stejná jako předtím $\Rightarrow$ spočteme obě souřadnice stejným způsobem jako průměry odpovídajících souřadnic krajních bodů.

Pro střed $S[s_1;s_2]$ úsečky *AB*, kde $A[a_1;a_2]$, $B[b_1;b_2]$ platí:
$$s_1=\frac{a_1+b_1}{2},\ s_2=\frac{a_2+b_2}{2}.$$

Př. 1: Sestav analogickou větu pro výpočet souřadnic středu úsečky v prostoru.

Pro střed $S[s_1;s_2;s_3]$ úsečky *AB*, kde $A[a_1;a_2;a_3]$, $B[b_1;b_2;b_3]$ platí:
$$s_1=\frac{a_1+b_1}{2},\ s_2=\frac{a_2+b_2}{2},\ s_3=\frac{a_3+b_3}{2}.$$

Pedagogická poznámka: Z předchozího příkladu se dozvíte kromě toho, jak studenti dávali pozor při výkladu i to, zda jste moc nepospíchali.

Př. 2: Urči střed úsečky *AB*, pokud platí:
a) $A[2;-1]$, $B[6;3]$ b) $A\left[3;3\sqrt{2}\right]$, $B\left[-3;\sqrt{2}\right]$

a) $s_1=\frac{a_1+b_1}{2}=\frac{2+6}{2}=4$ $s_2=\frac{a_2+b_2}{2}=\frac{-1+3}{2}=1$

Středem úsečky *AB* je bod $S_{AB}[4;1]$.

b) $s_1=\frac{a_1+b_1}{2}=\frac{3+(-3)}{2}=0$ $s_2=\frac{a_2+b_2}{2}=\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$

Středem úsečky *AB* je bod $S_{AB}\left[0;2\sqrt{2}\right]$.

Př. 3: Jsou dány body $A[1;-2;-3]$ a $B[5;-4;1]$. Urči střed úsečky *AB*. Spočti vzdálenosti $|AB|$, $|AS|$, $|BS|$ a ověř zda střed dělí úsečku na dvě stejné části.

Spočtu souřadnice středu:

$s_1=\frac{a_1+b_1}{2}=\frac{1+5}{2}=3$ $s_2=\frac{a_2+b_2}{2}=\frac{-2+(-4)}{2}=-3$ $s_3=\frac{a_3+b_3}{2}=\frac{-3+1}{2}=-1$

Vzdálenosti:

$$|AB|=\sqrt{(b_1-a_1)^2+(b_2-a_2)^2+(b_3-a_3)^2}=\sqrt{(5-1)^2+(-4-(-2))^2+(1-(-3))^2}=\sqrt{36}=6$$

$$|AS|=\sqrt{(s_1-a_1)^2+(s_2-a_2)^2+(s_3-a_3)^2}=\sqrt{(3-1)^2+(-3-(-2))^2+(-1-(-3))^2}=\sqrt{9}=3$$

$$|BS|=\sqrt{(b_1-s_1)^2+(b_2-s_2)^2+(b_3-s_3)^2}=\sqrt{(5-3)^2+(-4-(-3))^2+(1-(-1))^2}=\sqrt{9}=3$$

Pedagogická poznámka: Bohužel se najdou studenti, kteří už si nepamatují vzorec pro výpočet vzdálenosti.

Př. 4: Jsou dány body $S[1;-2;3]$ a $B[2;3;-1]$. Urči souřadnice bodu *A* tak, aby bod *S* byl středem úsečky *AB*.

Dosadím do rovnic pro souřadnice středu úsečky:

$s_1=\frac{a_1+b_1}{2}=\frac{a_1+2}{2}=1\Rightarrow a_1=0$

$s_2=\frac{a_2+b_2}{2}=\frac{a_2+3}{2}=-2\Rightarrow a_2=-7$

$s_3=\frac{a_3+b_3}{2}=\frac{a_3+(-1)}{2}=3\Rightarrow a_3=7$

Bod *A* má souřadnice $A[0;-7;7]$.

Pedagogická poznámka: Někteří studenti popletení předchozím příkladem zkusí vyřešit tento příklad pomocí vzdálenosti. Snažím se na navést k tomu, aby si uvědomili, že tak získají jedinou rovnici se třemi neznámými, zatímco pomocí vzorců pro střed úsečky mají tři rovnice s jedinou neznámou.
Jinak jde o dobrou ukázku příkladu, který je pomocí rovnice strašně jednoduchý, ale pro okamžité hádaní vcelku obtížný.

Shrnutí: Souřadnice středu úsečky počítáme jako průměr odpovídajících souřadnic krajních bodů.