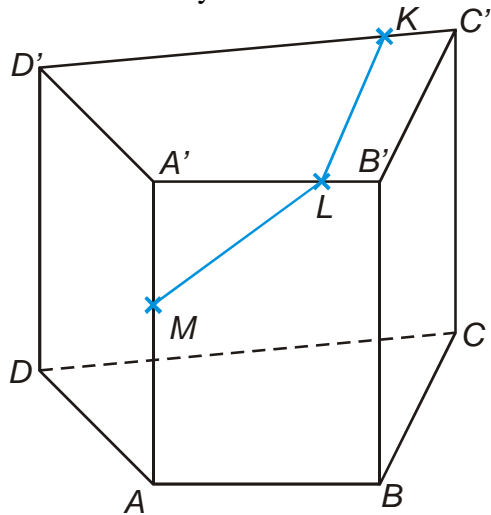


5.1.10 Řezy těles rovinou II

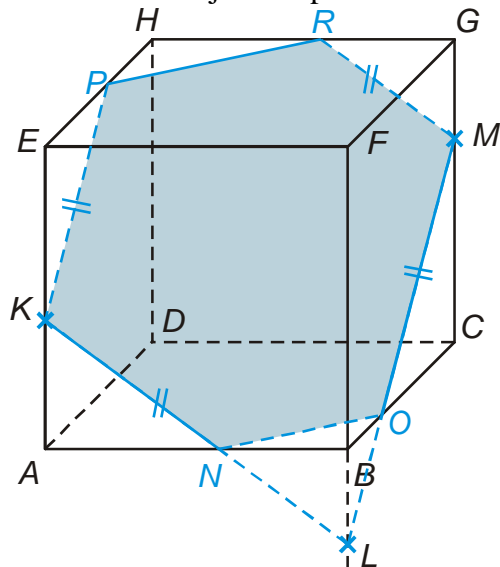
Předpoklady: 5109

Ne vždy nám vystačí spojování bodů a dělení rovnoběžek. Například poslední příklad z minulé hodiny:



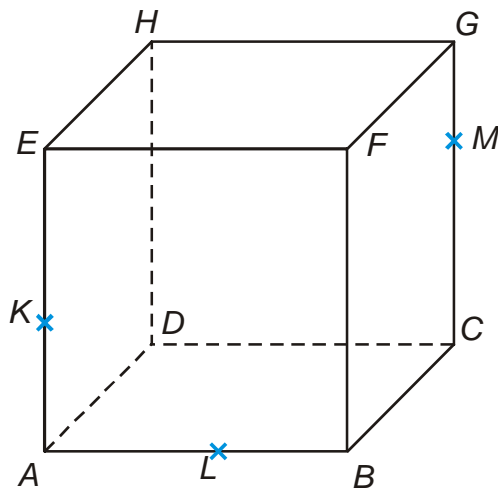
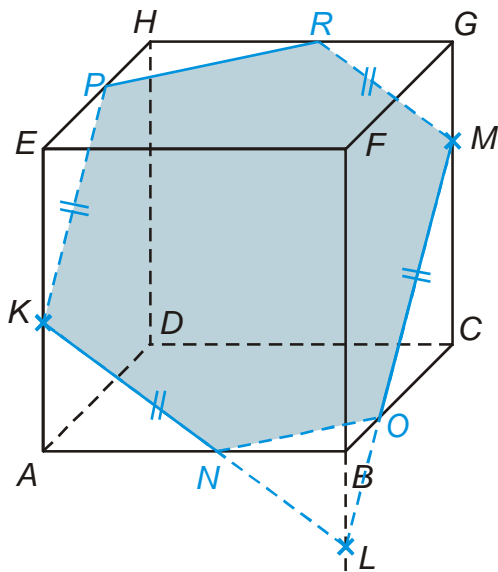
Rovnoběžné jsou pouze podstavy \Rightarrow nemůžeme pokračovat v řezu levou ani zadní stěnou.

Prohlédneme si jeden z příkladů z minulé hodiny:



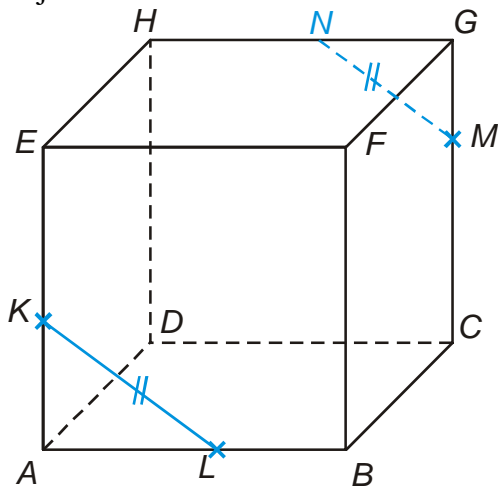
Trochu změníme zadání:

Př. 1: Sestroj řez krychle $ABCDEFGH$ rovinou KLM .

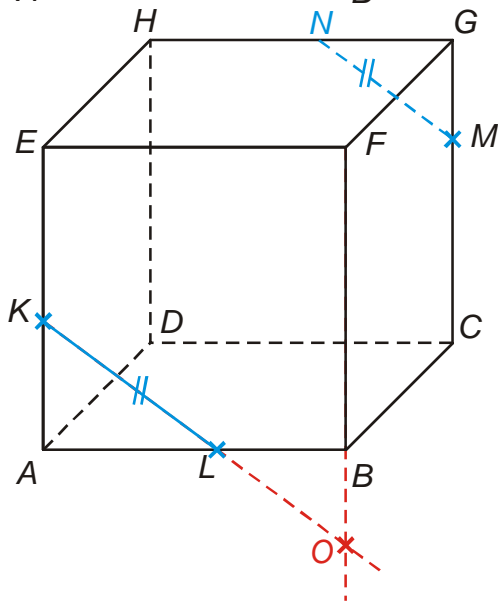


Jde o téměř stejný příklad jako v minulé hodině.
Bod L neleží na hraně FB ale na hraně AB
v místě bodu N .

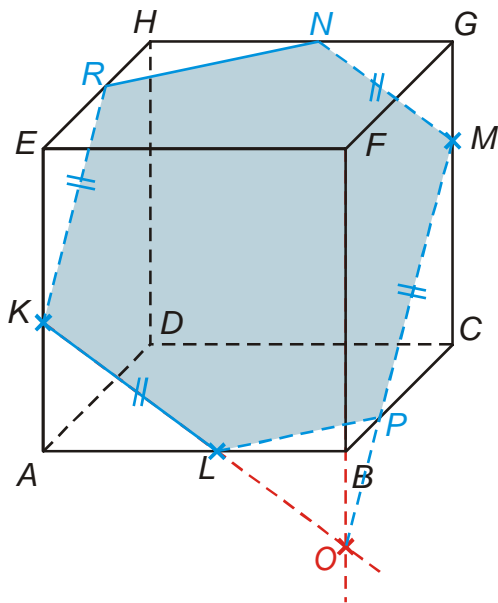
Nové body KLM leží ve stejné rovině jako u původního příkladu \Rightarrow rovina řezu musí být stejná.



Pomocí rovnoběžek se k řešení nedostaneme.
Přímka KL musí určitě pokračovat do místa, kde
ležel bod L v původním zadání.
Jak toto místo najdeme?
Určitě leží také na přímce BF .
 \Rightarrow protáhneme přímky KL a BF a hledáme
jejich průsečík



Získaný bod O leží také v pravé stěně \Rightarrow
můžeme ho použít ke konstrukci řezu pravou
stěnou.



- úsečka MO
- bod P
- rovnoběžka s MO bodem K
- bod R
- úsečka LP
- úsečka RN

Shrňme:

Potřebovali jsme najít bod v pravé stěně. Věděli jsme:

- přímka KL pravou stěnu protne
- přímka KL protne přímku BF (obě leží v přední stěně)

průsečík přímky KL s přímkou BF je hledaným bodem (leží v rovině řezu kvůli KL a leží v pravé stěně, kvůli přímce BF)

Pravidlo třetí (Pravidlo protahování hran):

Jsou-li každé dvě ze tří rovin různoběžné a mají-li tyto tři roviny jediný společný bod, procházejí tímto společným bodem všechny tři průsečnice. \Rightarrow Průsečnice rovin dvou sousedních stěn (tj. stěn se společnou hranou) s rovinou řezu a přímka, v níž leží společná hrana se protínají v jednom bodě. \Rightarrow

Pokud máme jednu úsečku řezu můžeme ji protáhnout do ostatních stěn. Průsečíky s ostatními stěnami najdeme tak, že **protáhneme hranu, která:**

- leží v rovině, ve které leží protahovaná úsečka
- leží v rovině, ve které potřebujeme najít další bod

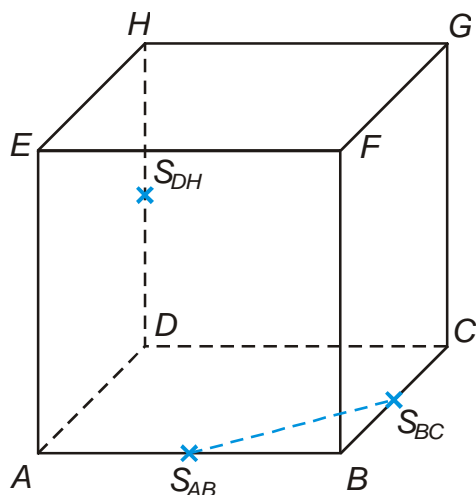
Př. 2: Je dána standardní krychle $ABCDEFGH$. Sestroj řez této krychle rovinou:

a) $S_{AB}S_{BC}S_{DH}$

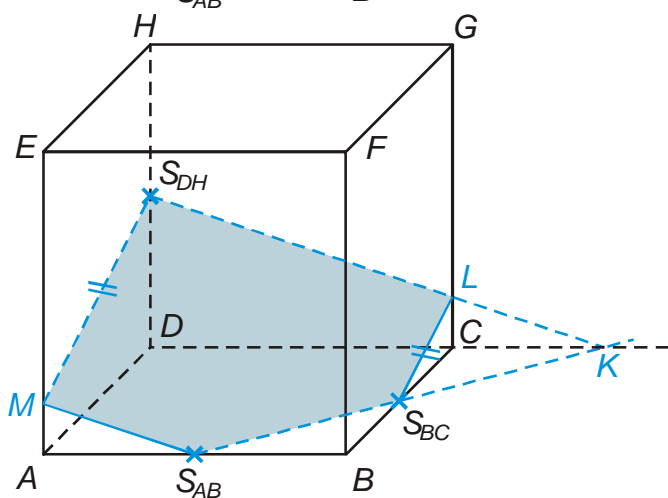
b) $S_{BF}S_{FG}S_{GH}$

c) $S_{EF}S_{CG}S_{EH}$

a) $S_{AB}S_{BC}S_{DH}$

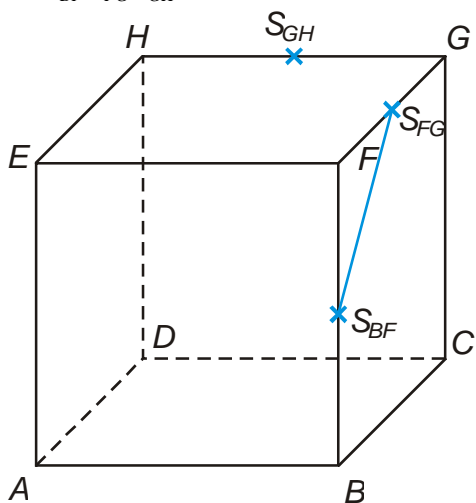


Bod S_{DH} leží v zadní stěně \Rightarrow hledáme průsečík přímky $S_{AB}S_{BC}$ se zadní stěnou \Rightarrow protahujeme hranu, která leží v dolní podstavě (kde je přímka $S_{AB}S_{BC}$) a v zadní stěně (kde je bod S_{DH}) \Rightarrow protahujeme hranu DC

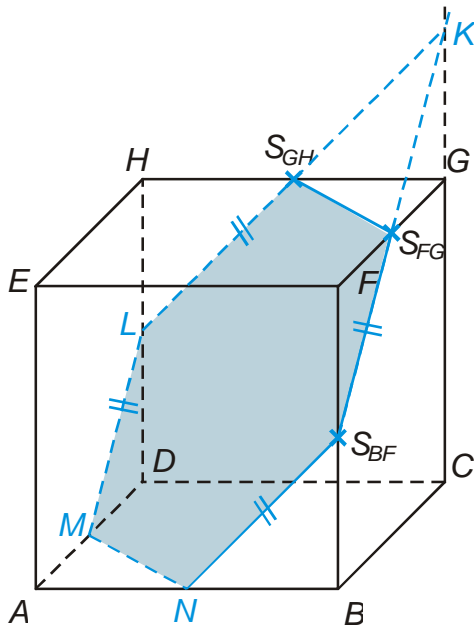


- bod K
- úsečka $S_{DH}K$
- bod L
- úsečka $S_{BC}L$
- rovnoběžka s $S_{BC}L$ bodem S_{DH}
- bod M
- úsečka $S_{AB}M$

b) $S_{BF}S_{FG}S_{GH}$

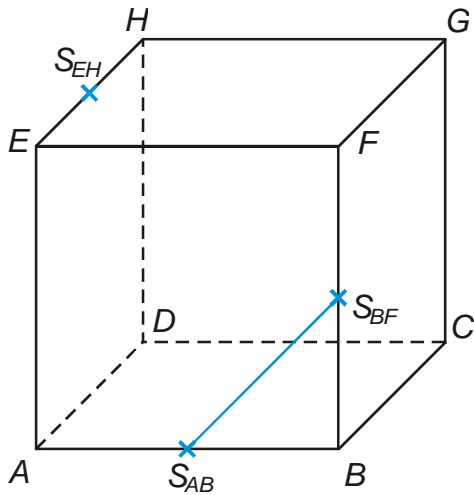


Bod S_{GH} leží v zadní stěně \Rightarrow hledáme průsečík přímky $S_{BF}S_{FG}$ se zadní stěnou \Rightarrow protahujeme hranu, která leží v pravé stěně (kde je přímka $S_{BF}S_{FG}$) a v zadní stěně (kde je bod S_{GH}) \Rightarrow protahujeme hranu CG

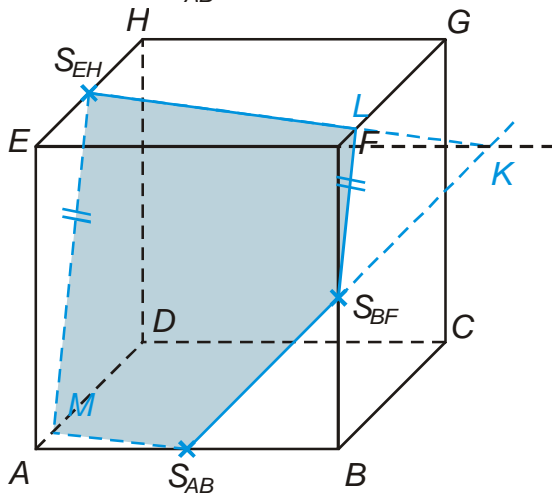


- bod K
- polopřímka KS_{GH}
- bod L
- rovnoběžka s $S_{BF}S_{FG}$ bodem L
- bod M
- rovnoběžka s KS_{GH} bodem S_{BF}
- úsečka MN
- úsečka $S_{FG}S_{GH}$

c) $S_{AB}S_{BF}S_{EH}$

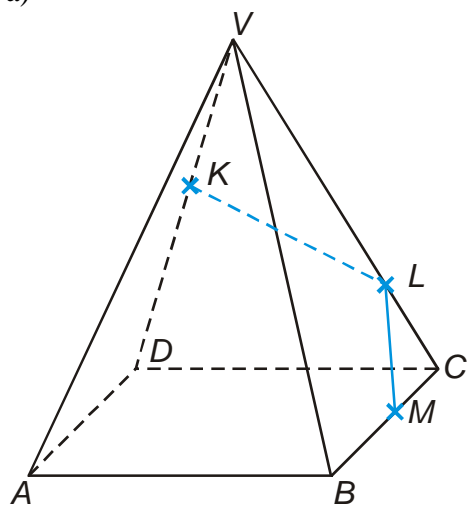
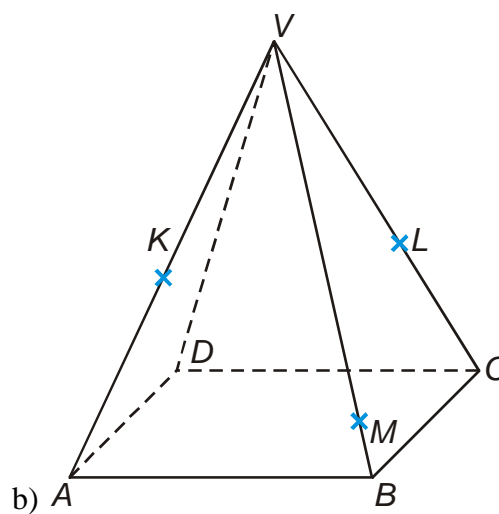
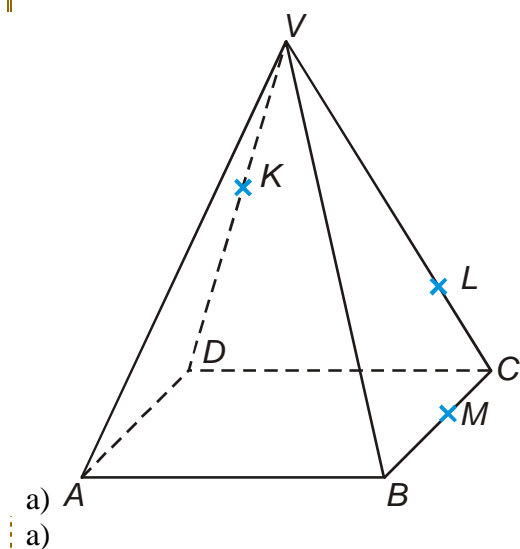


Bod S_{EH} leží v horní stěně \Rightarrow hledáme průsečík přímky $S_{AB}S_{BF}$ s horní stěnou \Rightarrow protahujeme hranu, která leží v přední stěně (kde je přímka $S_{AB}S_{BF}$) a v horní stěně (kde je bod S_{EH}) \Rightarrow protahujeme hranu EF

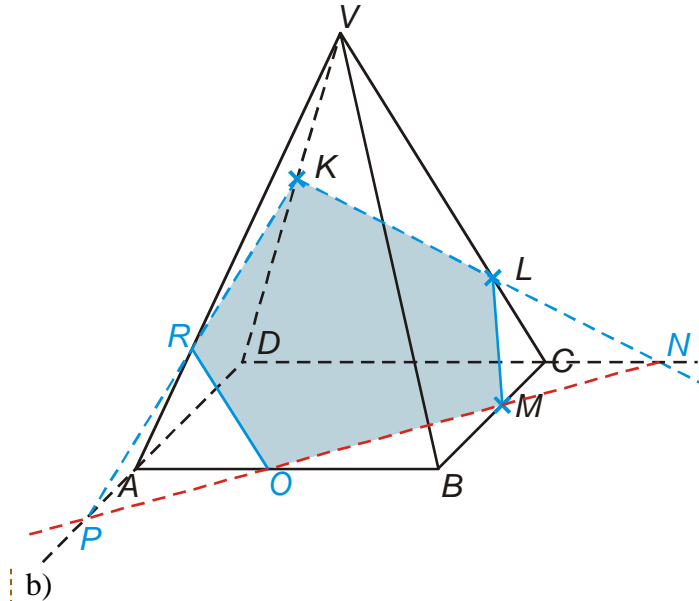


- bod K
- úsečka $S_{EH}K$
- bod L
- úsečka $S_{BF}L$
- rovnoběžka s $S_{BF}L$ bodem S_{EH}
- bod M
- úsečka MS_{AB}

Př. 3: Je dán pravidelný čtyřboký jehlan $ABCDV$. Sestroj řez jehlanu rovinou KLM .



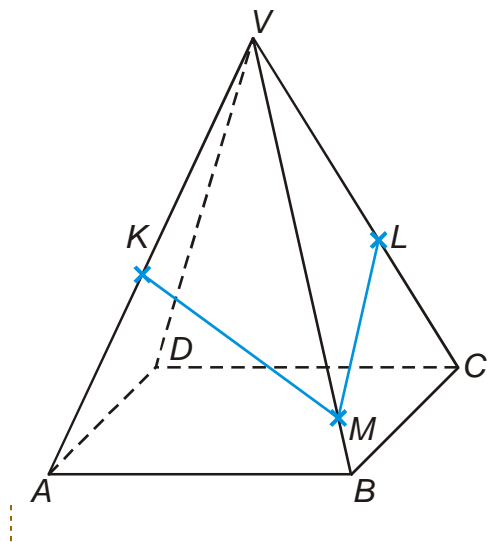
Bod M leží v podstavě \Rightarrow hledáme průsečík přímky KL s podstavou \Rightarrow protahujeme hranu, která leží v zadní stěně (kde je přímka KL) a v podstavě (kde je bod M) \Rightarrow protahujeme hranu CD



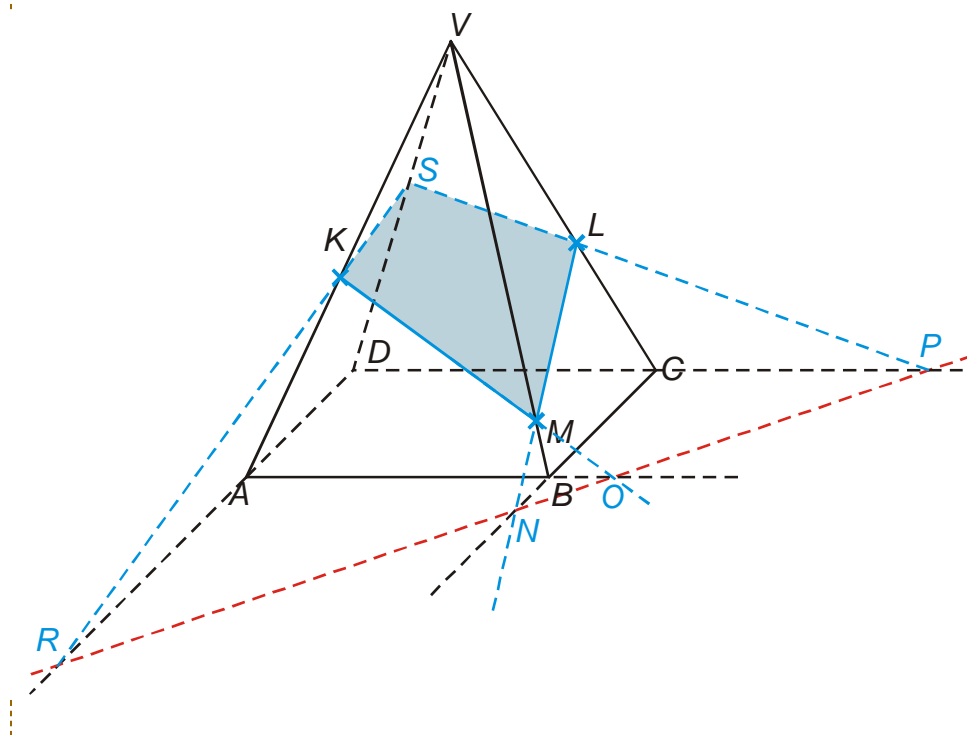
- bod N
- polopřímka NM
- bod O

hledáme další bod v pravé stěně pomocí průsečnice s podstavou \Rightarrow prodlužujeme hranu DA

- bod P
- úsečka KP
- bod R
- úsečka RO



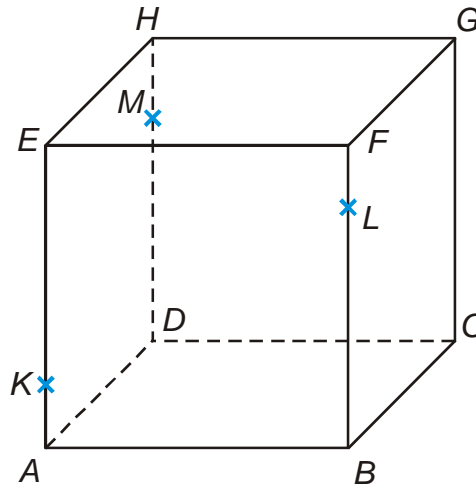
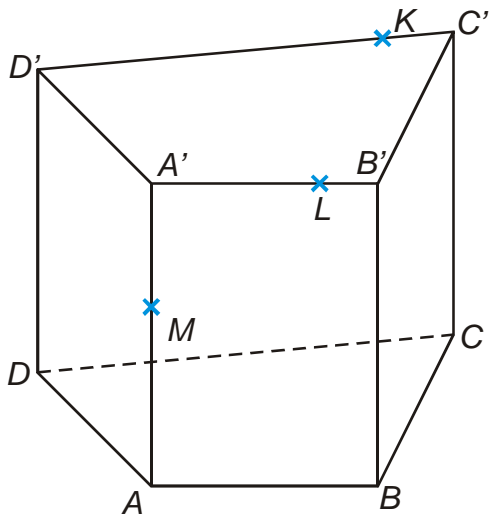
V levé i zadní stěně máme pouze po jednom bodu \Rightarrow zkusíme sestrojít průsečnici řezu s podstavou:
 první bodem je průsečík přímky LM s protaženou hranou BC (leží v pravé stěně a podstavě)
 druhým bodem je průsečík přímky KM s protaženou hranou AB (leží v přední stěně a podstavě)



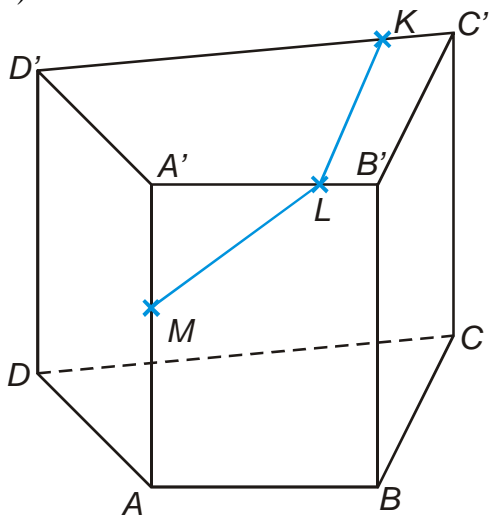
bod N, O
 přímka NO
 prodloužení DC
 bod P
 prodloužení DA
 bod R
 polopřímka PL
 polopřímka RK

V obou bodech předchozího příkladu jsme pro konstrukci řezu využili průsečnici řezu s rovinou podstavy (červená čárkovaná čára). U mnoha příkladu je výhodnější sestrojít nejdříve tuto průsečnici a poté protahováním hran dořešit zbytek řezu.

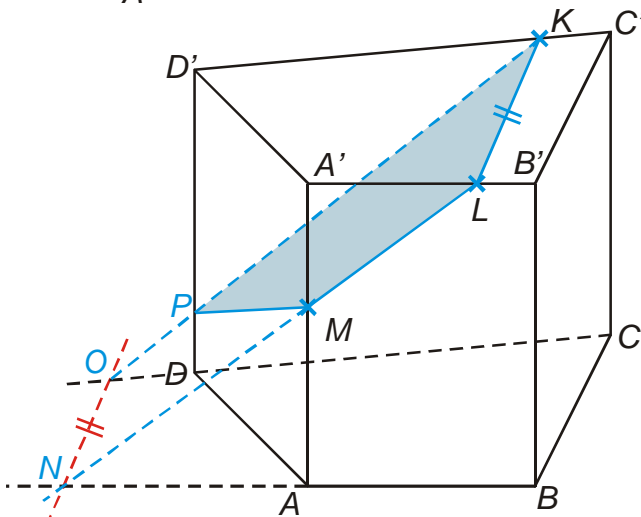
Př. 4: Sestroj řezy těles rovinou KLM . Využij průsečnice této roviny s rovinou dolní podstavy.



a)



Z přímk ML a KL se ze spodní podstavou protne pouze přímk $ML \Rightarrow$ protahujeme hranu, která leží v přední stěně (kde je přímk ML) a v dolní podstavě (kde chceme získat bod) \Rightarrow protahujeme hranu AB

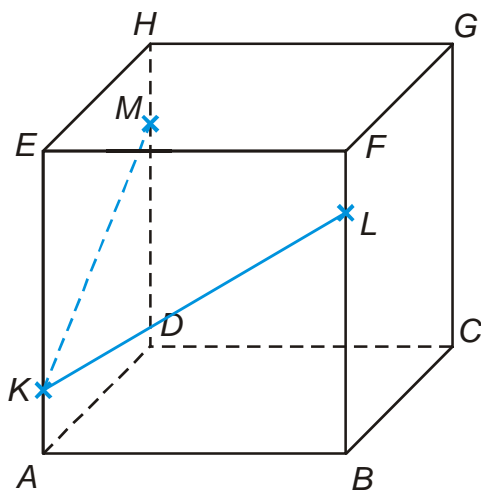


- bod N
- rovnoběžka s přímkou KL bodem N

hledáme další bod v zadní stěně pomocí průsečnice s podstavou \Rightarrow prodlužujeme hranu DC

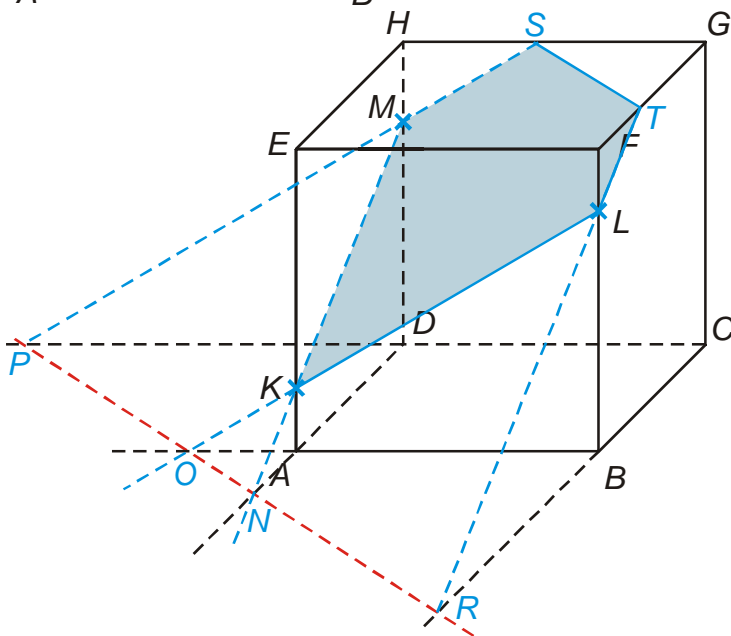
- bod O
- úsečka OK
- bod P
- úsečka PM

b)



hledáme průsečíky s podstavou:

- první bodem je průsečík přímky LK s protaženou hranou AB (leží v přední stěně a podstavě)
- druhým bodem je průsečík přímky MK s protaženou hranou AD (leží v pravé stěně a podstavě)



- bod N, O
- přímka NO

hledáme další bod v zadní stěně pomocí průsečnice s podstavou \Rightarrow prodlužujeme hranu DC

- bod P
- polopřímka PM
- bod S

hledáme další bod v pravé boční stěně pomocí průsečnice s podstavou \Rightarrow prodlužujeme hranu CB

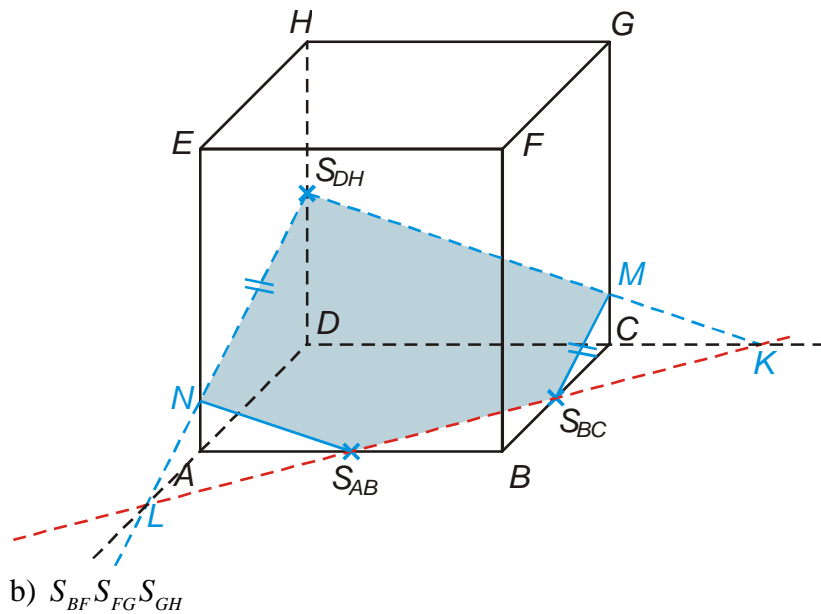
- bod R
- polopřímka RL
- bod T
- úsečka ST

Př. 5: Je dána standardní krychle $ABCDEFGH$. Sestroj řez této krychle rovinou:

- a) $S_{AB}S_{BC}S_{DH}$ b) $S_{BF}S_{FG}S_{GH}$ c) $S_{EF}S_{CG}S_{EH}$.

Příklady řeš bez použití pravidla pro konstrukci rovnoběžek (Tedy pouze protahováním hran).

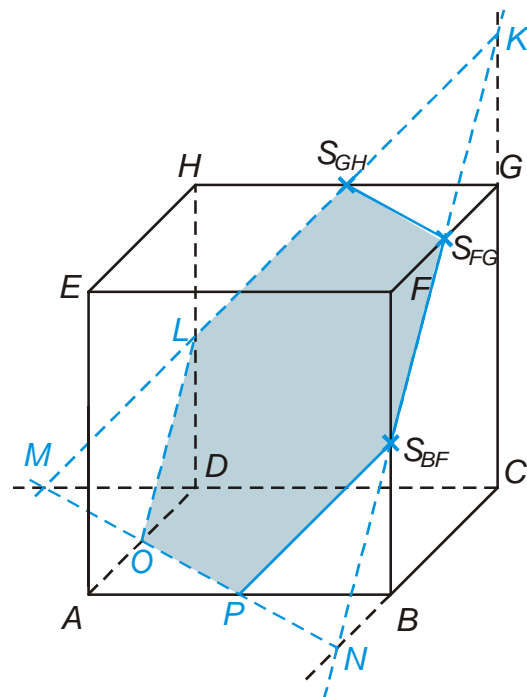
- a) $S_{AB}S_{BC}S_{DH}$



přímka $S_{AB}S_{BC}$ je průsečnicí roviny řezu z podstavou.

další bod v zadní stěně získáme protažením hrany DC

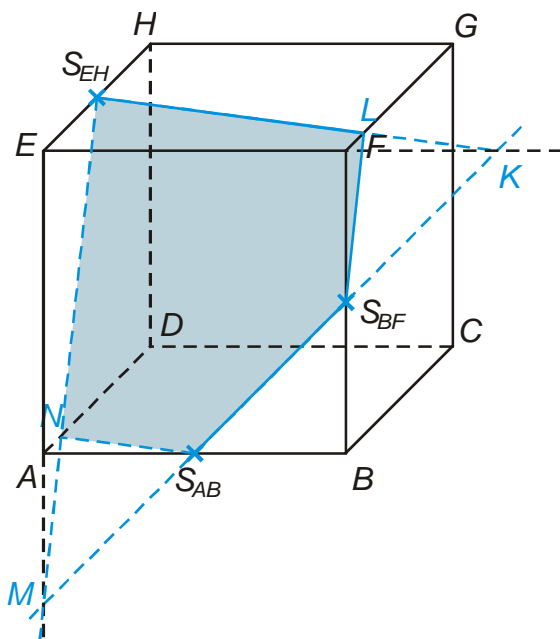
další bod v levé boční stěně získáme protažením hrany DA .



V původním řešení jsme hledali druhý bod v zadní stěně. Bod K jsme získali protažením úsečky $S_{BF}S_{FG}$ a hrany CG (leží v pravé stěně jako $S_{BF}S_{FG}$ a v zadní stěně, kde hledáme bod).

Podobně najdeme bod N v podstavě jako průsečík přímek $S_{BF}S_{FG}$ a BC (leží v pravé stěně jako $S_{BF}S_{FG}$ a v zadní stěně, kde hledáme bod).

Polopřímku KS_{GH} využijeme k nalezení druhého bodu (M) v podstavě jako průsečíku přímek KS_{GH} a CD (leží v zadní stěně jako KS_{GH} a v podstavě, kde hledáme bod).



V původním řešení jsme hledali druhý bod v horní stěně. Bod K jsme získali protažením úsečky $S_{AB}S_{BF}$ a hrany EF (leží v přední stěně jako $S_{AB}S_{BF}$ a v horní stěně, kde hledáme bod).

Přímku $S_{AB}S_{BF}$ využijeme i k nalezení druhého bodu (M) v pravé stěně jako průsečíku přímek $S_{AB}S_{BF}$ a EA (leží v přední stěně jako $S_{AB}S_{BF}$ a v pravé stěně, kde hledáme bod).

Př. 6: Petáková:
strana 90/cvičení 6 b) c) e) f) g)

Shrnutí: Další body řezu můžeme získat protažením už hotových částí řezu a vhodných hran řezaného tělesa.