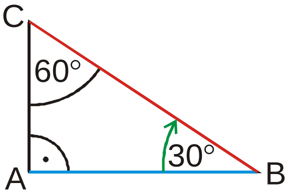
4.2.4 Orientovaný úhel I

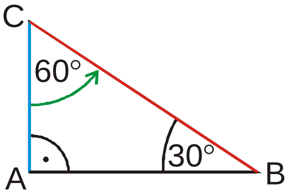
Př. 1: Na obrázku je nakreslen trojúhelník ABC. Urči velikost orientovaných úhlů:
a) $\widehat{ABC}$ b) $\widehat{ACB}$ c) $\widehat{CAB}$ d) $\widehat{CBA}$

a)



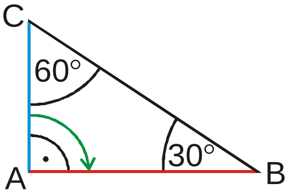
Otáčíme po směru hodinových ručiček $\Rightarrow$ $\widehat{ABC} = -30°$.

b)



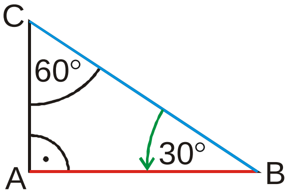
Otáčíme proti směru hodinových ručiček $\Rightarrow$ $\widehat{ACB} = 60°$.

c)

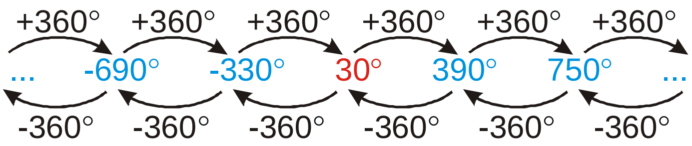


Otáčíme po směru hodinových ručiček $\Rightarrow$ $\widehat{CAB} = -90°$.

d)



Otáčíme proti směru hodinových ručiček $\Rightarrow$ $\widehat{CBA} = 30°$.



Nejhezčí hodnota 30° (nejmenší kladné číslo) = **základní velikost orientovaného úhlu** $\widehat{CBA}$.

Základní velikostí úhlu nazýváme velikost α, pro kterou platí $\alpha \in \langle 0;360°)$

Př. 2: Zformuluj větu o základní velikosti úhlu $\widehat{AVB}$ v obloukové míře.

Převedeme krajní body intervalu: $360° = 2\pi\,\text{rad}$.

Základní velikostí úhlu nazýváme velikost α, pro kterou platí $\alpha \in \langle 0;2\pi)$.

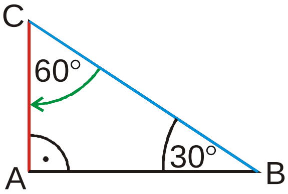
Velikostí orientovaného úhlu $\widehat{AVB}$, jehož základní velikostí je α, se nazývá každé číslo $\alpha + k \cdot 360°$, kde $k \in Z$.

Př. 3: Zformuluj větu o všech velikostech orientovaného úhlu $\widehat{AVB}$ v obloukové míře.

K základní velikosti přidáváme násobky jedné otáčky $\Rightarrow$ $360° = 2\pi\,\text{rad}$.

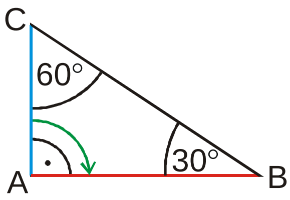
Velikostí orientovaného úhlu $\widehat{AVB}$, jehož základní velikostí je α, se nazývá každé číslo $\alpha + k \cdot 2\pi$, kde $k \in Z$.

Př. 4: Napiš základní a tři další velikosti úhlu $\widehat{BCA}$ v trojúhelníku ABC.



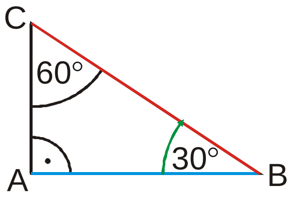
$\Rightarrow$ $\widehat{BCA} = -60°$. $\Rightarrow$ $-60^\circ + 360° = 300°$

Př. 5: Napiš základní a tři další velikosti úhlu $\widehat{CAB}$ v trojúhelníku ABC. Vše vyjádři v obloukové míře.



$\Rightarrow \widehat{CAB} = -90° = -\frac{\pi}{2}. \Rightarrow -\frac{\pi}{2} + 2\pi = \frac{-\pi + 4\pi}{2} = \frac{3}{2}\pi$

Př. 6: Napiš základní a tři další velikosti úhlu $\widehat{ABC}$ v trojúhelníku ABC. Vše vyjádři v obloukové míře.



$\Rightarrow \widehat{ABC} = -30^{\circ} = -\frac{\pi}{6}$. $-\frac{\pi}{6} + 2\pi = \frac{-\pi + 12\pi}{6} = \frac{11}{6}\pi$

Př. 7: Rozhodni, které z následujících čísel jsou velikosti úhlu $\beta = 330°$.
a) $690°$ b) $1740°$ c) $2490°$ d) $-1500°$

a) $690° - 330° = 360° \Rightarrow 690°$ je velikost úhlu β.

b) $1740° - 330° = 1410°$ $\frac{1410°}{360°} = 3,9... \Rightarrow 1740°$ není velikost úhlu β.

c) $2490° - 330° = 2160°$ $\frac{2160°}{360°} = 6 \Rightarrow 2490°$ je velikost úhlu β.

d) $-1500° - 330° = -1830°$ $\frac{-1830°}{360°} = -5,08... \Rightarrow -1500°$ není velikost úhlu β.

Př. 8: Rozhodni, které z následujících čísel jsou velikosti úhlu $\alpha = \frac{5}{6}\pi$.

a) $\frac{29}{6}\pi$ b) $\frac{131}{6}\pi$ c) $\frac{257}{6}\pi$ d) $-\frac{175}{6}\pi$

a) $\frac{29}{6}\pi - \frac{5}{6}\pi = \frac{24}{6}\pi = 4\pi = 2 \cdot 2\pi \Rightarrow \frac{29}{6}\pi$ je velikost úhlu α.

b) $\frac{131}{6}\pi - \frac{5}{6}\pi = \frac{126}{6}\pi = 21\pi \neq k \cdot 2\pi \Rightarrow \frac{131}{6}\pi$ není velikost úhlu α.

c) Má platit $\frac{257}{6}\pi = \frac{5}{6}\pi + k \cdot 2\pi \Rightarrow$ rozdíl $\frac{257}{6}\pi - \frac{5}{6}\pi$ by měl být násobek 2π.

$\frac{257}{6}\pi - \frac{5}{6}\pi = \frac{252}{6}\pi = 42\pi = 21 \cdot 2\pi \Rightarrow \frac{257}{6}\pi$ je velikost úhlu α.

d) Má platit $-\frac{175}{6}\pi = \frac{5}{6}\pi + k \cdot 2\pi \Rightarrow$ rozdíl $-\frac{175}{6}\pi - \frac{5}{6}\pi$ by měl být násobek 2π.

$-\frac{175}{6}\pi - \frac{5}{6}\pi = -\frac{180}{6}\pi = -30\pi = -15 \cdot 2\pi \Rightarrow -\frac{175}{6}\pi$ je velikost úhlu α.