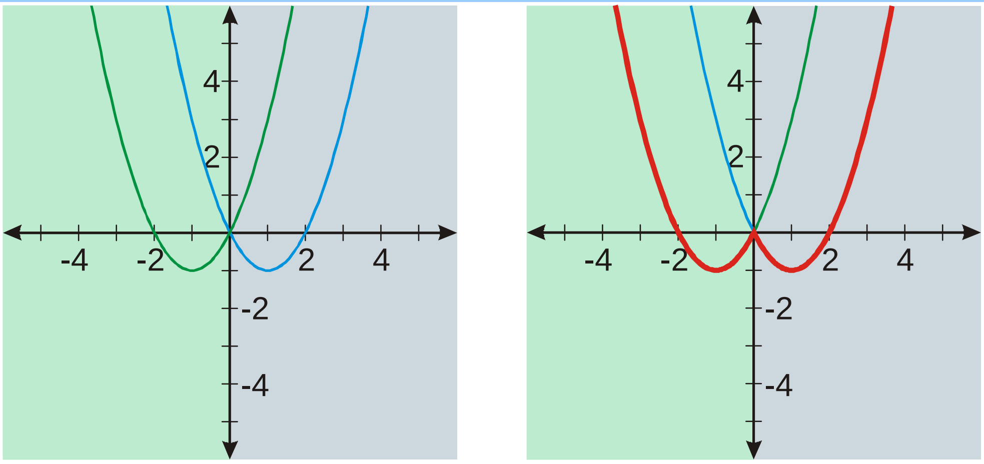
### 2.5.3 Kvadratické funkce s absolutní hodnotou

**Pedagogická poznámka:** Zadání příkladů je krátké, takže je stačí přepsat na tabuli.

**Př. 1:** Nakresli graf funkce $y = x^2 - 2|x|$.

**1)** $x \in (-\infty; 0)$ $\quad y = x^2 - 2|x| = x^2 - 2(-x) = x^2 + 2x + 1 - 1 = (x+1)^2 - 1$

**2)** $x \in \langle 0; \infty)$ $\quad y = x^2 - 2|x| = x^2 - 2x = x^2 - 2x + 1 - 1 = (x-1)^2 - 1$



**Poznámka:** Tento graf již známe u funkce $y = (|x|-1)^2 - 1$. Platí $x^2 = |x|^2$ Předpis funkce pak můžeme upravit takto: $y = x^2 - 2|x| = |x|^2 - 2|x| + 1 - 1 = (|x|-1)^2 - 1$.

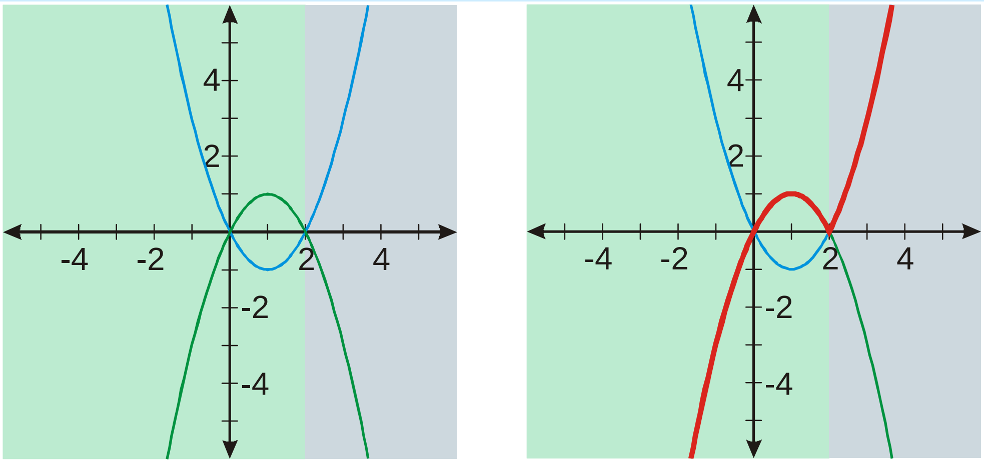
**Př. 2:** Najdi způsob, jak s využitím vlastností funkce $y = x^2 - 2|x|$ nakreslit její graf bez nutnosti rozdělování definičního oboru na intervaly.

Z předpisu je jasné, že funkce $y = x^2 - 2|x|$ je sudá (skládá se ze dvou sudých funkcí $y = x^2$ a $y = |x|$) $\Rightarrow$

**Př. 3:** Nakresli graf funkce $y = x|x-2|$.

**1)** $x \in (-\infty; 2)$ $\quad y = x|x-2| = x(-x+2) = -x^2 + 2x = -x^2 + 2x - 1 + 1 = -(x-1)^2 + 1$

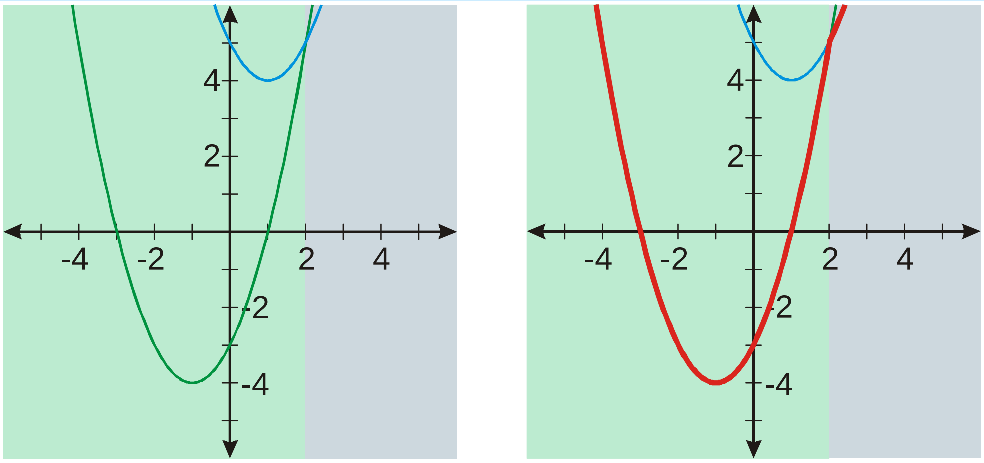
**2)** $x \in \langle 2; \infty)$ $\quad y = x|x-2| = x(x-2) = x^2 - 2x = x^2 - 2x + 1 - 1 = (x-1)^2 - 1$



**Př. 4:** Nakresli graf funkce $y = x^2 - 2|x-2| + 1$.

**1)** $x \in (-\infty; 2)$ $\quad y = x^2 - 2|x-2| + 1 = x^2 + 2(x-2) + 1 = x^2 + 2x - 4 + 1 = (x+1)^2 - 4$

**2)** $x \in \langle 2; \infty)$ $\quad y = x^2 - 2|x-2| + 1 = x^2 - 2(x-2) + 1 = x^2 - 2x + 4 + 1 = (x-1)^2 + 4$

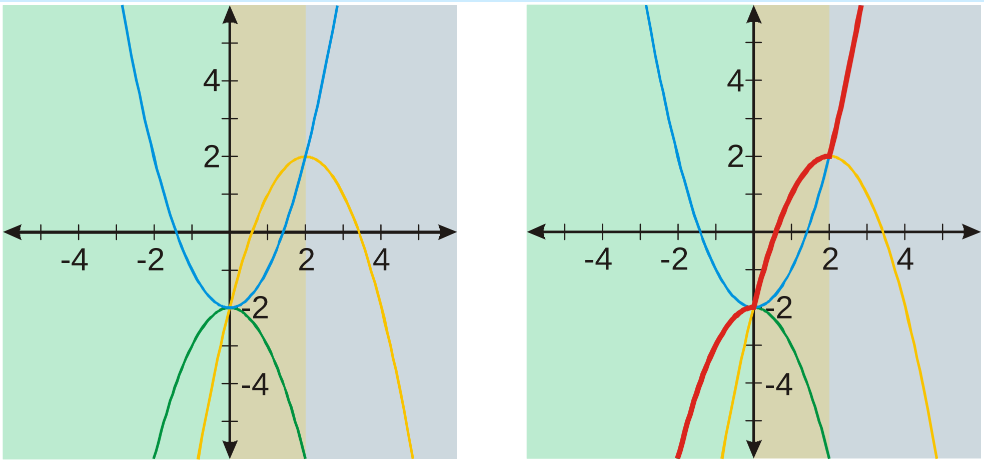



**Př. 5:** Nakresli graf funkce $y = x|2-x| + 2|x| - 2$.

**1)** $x \in (-\infty; 0)$ $\quad y = x|2-x| + 2|x| - 2 = x(2-x) + 2(-x) - 2 = 2x - x^2 - 2x - 2 = -x^2 - 2$

**2)**
$$y = x|2-x| + 2|x| - 2 = x(2-x) + 2x - 2 = 2x - x^2 + 2x - 2 = -x^2 + 4x - 2 =$$
$$= -(x^2 - 4x) - 2 = -(x^2 - 2x \cdot 2 + 2^2 - 2^2) - 2 = -\left[(x-2)^2 - 4\right] - 2 = -(x-2)^2 + 2$$

**3)** $x \in \langle 2; \infty)$ $\quad y = x|2-x| + 2|x| - 2 = x(x-2) + 2x - 2 = x^2 - 2x + 2x - 2 = x^2 - 2$




**Př. 6:** Petáková:
strana 29/cvičení 55 $\quad g_2; g_4; h_3; k_1$