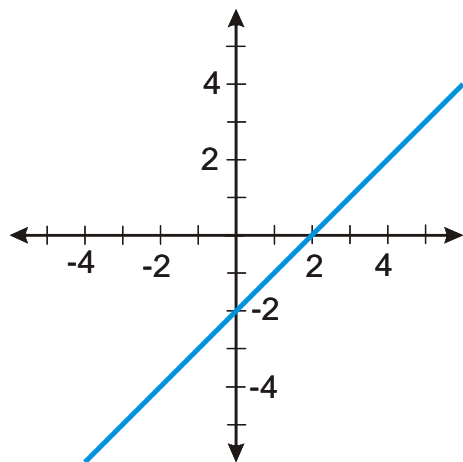
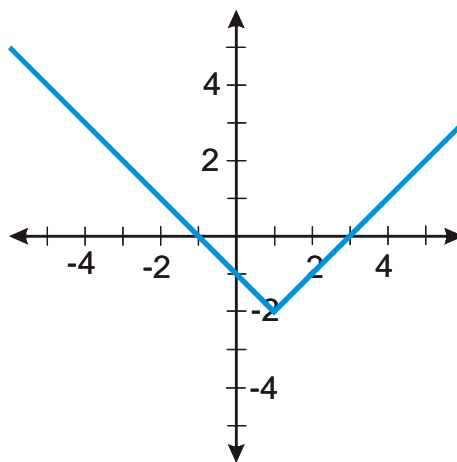


2.4.7 Omezenost funkcí, maximum a minimum

Př. 1: Nakresli vedle sebe grafy funkcí: $y_1 = x - 2$, $y_2 = |x - 1| - 2$, $y_3 = \left|\frac{1}{x}\right|$. Urči jejich obory hodnot.



Funkce není omezená



Jakých hodnot nabývá funkce?

Funkce je zdola omezená

Jak definice?

Urči číslo d z předchozí definice.

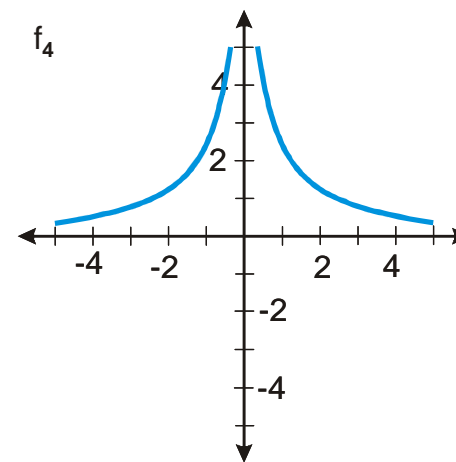
Co znamená rozdíl v typech oboru hodnot (zleva uzavřený x zleva otevřený interval).

Jak napsat definici, aby se lišila od definice omezené funkce?

Definice?

Co je vzácnější existence minima nebo omezenost zdola?

Pedagogická poznámka: Studenti v tomto okamžiku neví, jak vypadá graf funkce $y = \left|\frac{1}{x}\right|$. Proto jim na tabuli nakreslím graf funkce $y = \frac{1}{x}$ s tím, že zbytek musí vyřešit sami (stejným způsobem jako dosud řešili grafy funkcí s absolutní hodnotou).

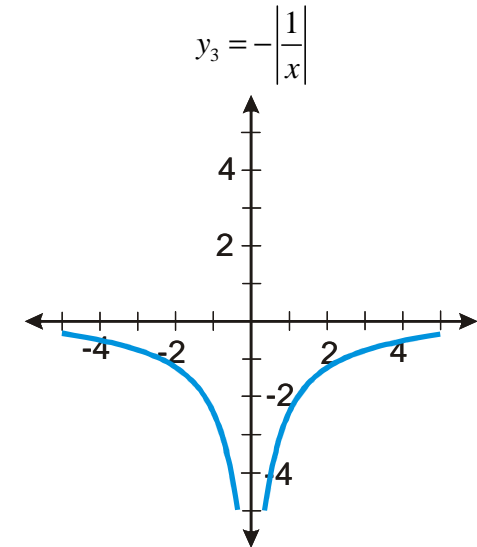
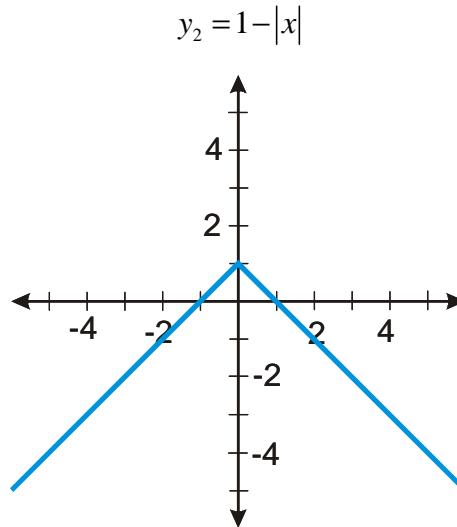
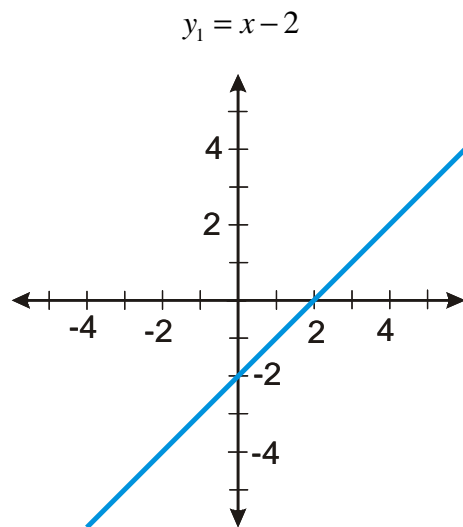


Př. 2: Nakresli grafy tří funkcí tak, aby:

- jedna nebyla omezená
- jedna byla shora omezená, ale neměla maximum

c) jedna měla maximum.

Vytvoř obdobnou tabulku jakou jsme měli u funkcí omezených zdola. Doplň do ní všechny definice.



Jak definice?

Funkce je shora omezená právě když existuje takové číslo $D \in \mathbb{R}$, že pro všechna $x \in D(f)$ platí $f(x) \leq D$.

Funkce, která je omezená zdola i shora se nazývá omezená.

Př. 3: Najdi lineární funkci, která je omezená.

Př. 4: Nakresli grafy funkcí $y_1 = |x+1| - \sqrt{3}$ a $y_2 = -|\sqrt{2} - x| + \pi$ a urči obor hodnot, zda jsou omezené, zdola, shora omezené, zda mají maximum či minimum a kdy jsou rostoucí a kdy klesající.

Př. 5: Nakresli graf libovolné funkce, která splňuje najednou následující podmínky:

- $D(f) = \mathbb{R}$
- funkce je omezená, má maximum 5 v bodě $x = 3$, nemá minimum
- funkce je sudá
- funkce je rostoucí v intervalu $\langle 0; 2 \rangle$