

2.4.2 Kreslení grafů funkcí metodou napodobení výpočtu I

Předpoklady: 2401

Opakování – metoda napodobení výpočtu:

Nakreslím si graf funkce $y = x$ a postupně s ním provádím úpravy odpovídající provádění výpočtů při určování funkční hodnoty. Tak získám graf výsledné funkce.

Pedagogická poznámka: Metoda používaná v této hodině je v hodině 2210 zobecněna pro všechny druhy funkcí a poté používána během celého dílu, proto je nutné její zvládnutí všemi studenty.

V rychlosti pochopení jsou mezi studenty obrovské rozdíly. U těch nejslabších bude problémem, aby stihli nakreslit šest zadaných grafů. Ti rychlejší bez problémů zvládnou i příklady z Petákové.

Problémy, které se vyskytují (u různých studentů v různé míře):

- pochopení smyslu vlastního postupu
- určení pořadí operací (a nevynechávání žádné z nich)
- kreslení jednotlivých funkcí
- systematický a důsledný postup

je podle mě lepší řešit individuálně u jednotlivců než s celou třídou. Důvody jsou totiž značně rozdílné.

Pedagogická poznámka: Pokud studenti nerozumí smyslu celého postupu, ověřte, že chápou, že y -ová hodnota každé funkce je číslem, které daná funkce vyrobila a které dosazují do další funkce. Kreslení funkce je vlastně spočítání hodnot výrazu pro všechna čísla z definičního oboru. Může se stát, že teprve v tomto okamžiku odhalíte, že některý student vůbec nerozumí tomu, co může být z grafu vidět.

Pedagogická poznámka: Pokud mají studenti problémy s určováním pořadí operací, snažte se, aby dokázali rozkrokovat výpočet funkční hodnoty.

Pedagogická poznámka: Smyslem postupu rozhodně není, aby se studenti učili, že přičítání čísel posunuje graf nahoru, násobení číslem větším než jedna ho natahuje do výšky apod. Naopak všechny tyto pravidla by měla vyplývat z toho, že si představí, jak bude operace, která odlišuje novou funkci v pořadí od staré, měnit tvar křivky. V případě nejistoty je vhodné spočítat si pro několik čísel hodnoty přímo.

Pedagogická poznámka: Schopnost řešit příklady na kreslení grafů úzce souvisí se schopností udržet si pořádek v postupu a důsledně jej uplatňovat. Nechávám úpravu na studentech. V případě, že se jim řešení nedaří a neorientují se ve vlastním postupu (většinou kluci), trvám na tom, aby si nejdříve napsali postup funkcí a pak postupně kreslili (a značili) jednotlivé grafy.

Pedagogická poznámka: Studentům připomínám, že nejdůležitějším cílem hodiny není samotné kreslení grafů, ale dovednosti, které se při tom mohou naučit (dodržování postupu a rozdělení problému na menší řešitelné části).

Pedagogická poznámka: Zadání příkladů je krátké, proto ho přepíšu na část tabule a tak mohu projektor používat pro dlouhodobější zobrazování výsledků pro pomalejší studenty.

Př. 1: Nakresli metodou napodobení výpočtu graf funkce $y = |x - 1|$.

Graf kreslíme postupně stejně, jako bychom počítali hodnotu pro konkrétní x . Změny grafu neustále kreslíme do obrázku.

Určení hodnoty pro x vypadá takto:

Vybereme x , například $x = -2$ \Rightarrow

Uděláme $-2 - 1 = -3$ \Rightarrow

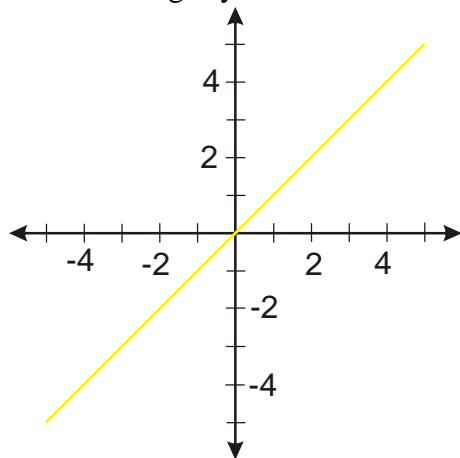
Dopočteme $|-2 - 1| = 3$ \Rightarrow

Nakreslíme funkci $y = x$

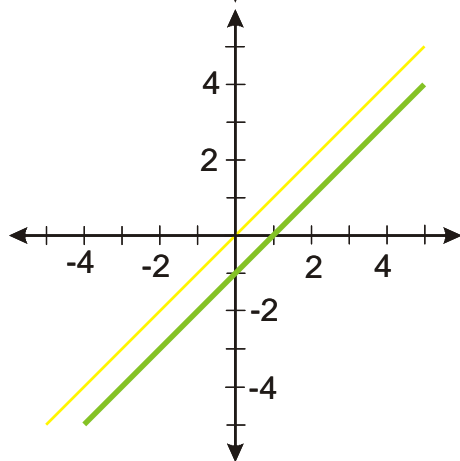
Nakreslíme funkci $y = x - 1$

Nakreslíme funkci $y = |x - 1|$

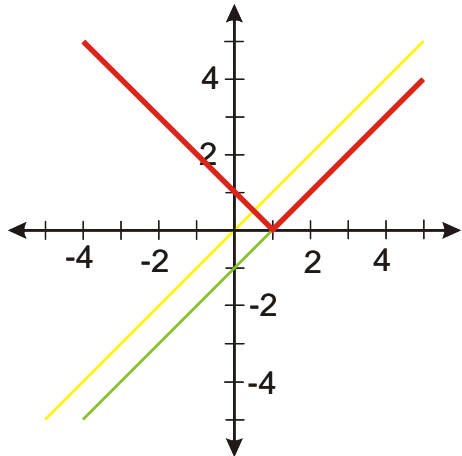
Teď nakreslíme grafy:



Graf funkce $y = x$



Z hodnot předchozí funkce (y -ové souřadnice) odečítáme jedničku \Rightarrow všechny hodnoty zmenšíme o jednu
($[-2; -2] \Rightarrow [-2; -3]$) \Rightarrow graf se posune o jedničku dolů



Z hodnot předchozí funkce (y-ové souřadnice) děláme absolutní hodnotu \Rightarrow kladné hodnoty neměníme (body nad osou x zůstávají stejné), záporným hodnotám změním znaménko na kladné (body pod osou x převrátíme nad ní, například $[-2; -3] \Rightarrow [-2; 3]$)

Př. 2: Nakresli metodou napodobení výpočtu graf funkce $y = |x + 1|$.

Graf kreslím postupně stejně, jako bychom počítali hodnotu pro konkrétní x . Změny grafu neustále kreslíme do obrázku.

Určení hodnoty pro x vypadá takto:

Vybereme x , například $x = -2 \Rightarrow$

Uděláme $-2 + 1 = -1 \Rightarrow$

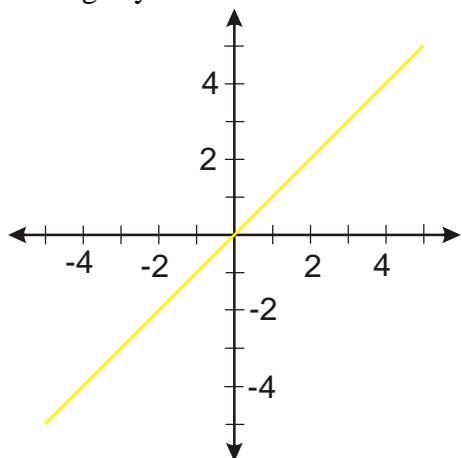
Dopočteme $|-2 + 1| = 1 \Rightarrow$

Nakreslíme funkci $y = x$

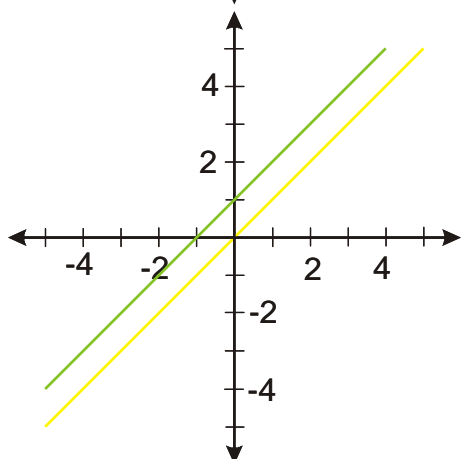
Nakreslíme funkci $y = x + 1$

Nakreslíme funkci $y = |x + 1|$

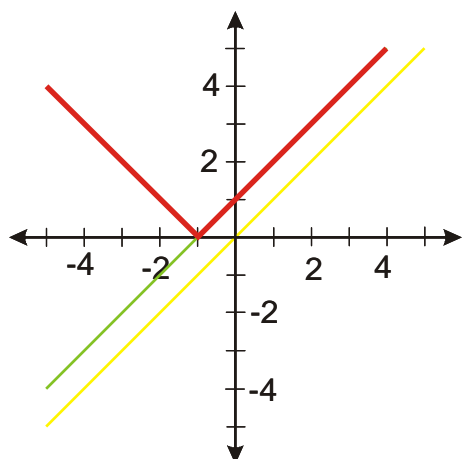
Kreslíme grafy:



Graf funkce $y = x$



K hodnotám předchozí funkce (y-ové souřadnice) přičítáme jedničku \Rightarrow všechny hodnoty zvětšíme o jednu ($[-2; -2] \Rightarrow [-2; -1]$) \Rightarrow graf se posune o jedničku nahoru



Z hodnot předchozí funkce (y-ové souřadnice) děláme absolutní hodnotu \Rightarrow kladné hodnoty neměníme (body nad osou x zůstávají stejné), záporným hodnotám změnímme znaménko na kladné (body pod osou x převrátíme nad ní $[-2; -1] \Rightarrow [-2; 1]$)

Př. 3: Nakresli metodou napodobení výpočtu graf funkce $y = |x| - 1$.

Určení hodnoty pro x vypadá takto:

Vybereme x , například $x = -2 \Rightarrow$

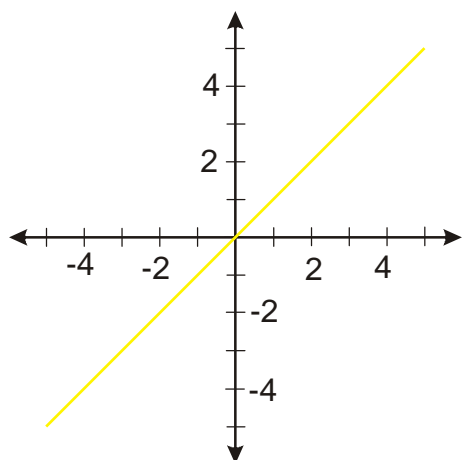
Uděláme $|-2| = 2 \Rightarrow$

Dopočteme $|-2| - 1 = 1 \Rightarrow$

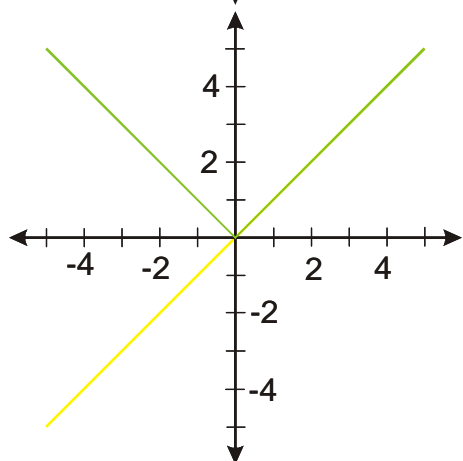
Nakreslíme funkci $y = x$

Nakreslíme funkci $y = |x|$

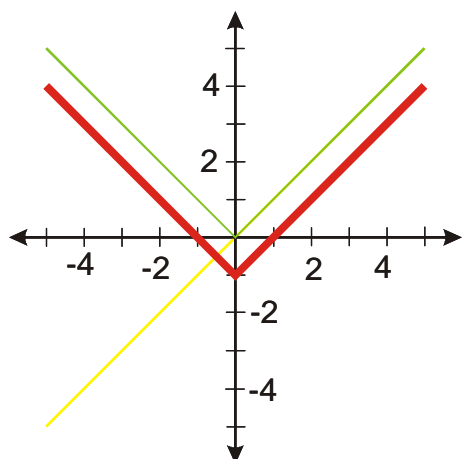
Nakreslíme funkci $y = |x| - 1$



Graf funkce $y = x$



Z hodnot předchozí funkce (y-ové souřadnice) děláme absolutní hodnotu \Rightarrow kladné hodnoty neměníme (body nad osou x zůstávají stejné), záporným hodnotám změnímme znaménko na kladné (body pod osou x převrátíme nad ní $[-2; -2] \Rightarrow [-2; 2]$)



Z hodnot předchozí funkce (y-ové souřadnice) odečítáme jedničku \Rightarrow všechny hodnoty zmenšíme o jednu
 $([-2; 2] \Rightarrow [-2; 1]) \Rightarrow$ graf se posune o jedničku dolů

Pedagogická poznámka: Značná část studentů (častěji dívek) má problém s tím, že by část funkce byla pod osou x („absolutní hodnota je nezáporná“). V první fázi po chci, aby uplatnili postup bez ohledu na očekávání, která na výsledek mají. Ve druhé fázi po nich chci, aby si všimli, že hodnota funkce se nerovná absolutní hodnotě jako u předchozích příkladů a proto není nutné, aby její hodnoty byly nezáporné.

Př. 4: Nakresli graf funkce $y = -|x| + 1$.

Určení hodnoty pro x vypadá takto:

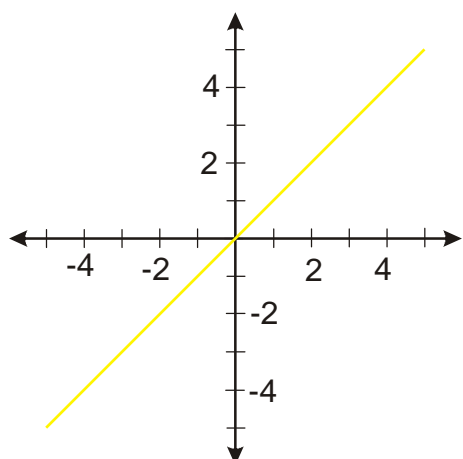
Vybereme x , například $x = -2 \Rightarrow$
 Uděláme $|-2| = 2 \Rightarrow$
 Uděláme $-|-2| = -2 \Rightarrow$
 Dopočteme $-|-2| + 1 = -1 \Rightarrow$

Nakreslíme funkci $y = x$

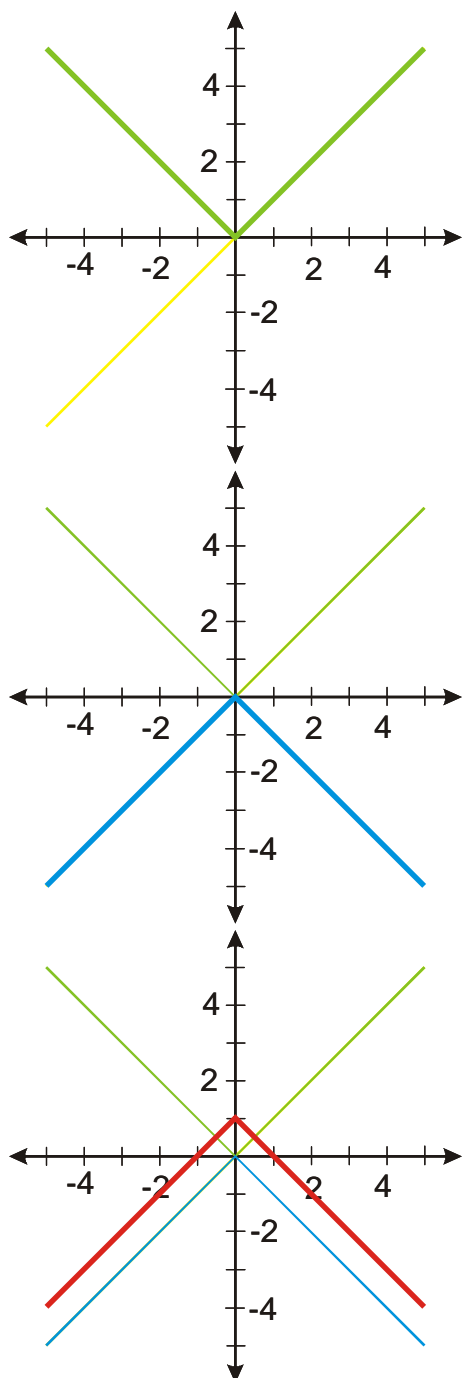
Nakreslíme funkci $y = |x|$

Nakreslíme funkci $y = -|x|$

Nakreslíme funkci $y = -|x| + 1$



Graf funkce $y = x$



Z hodnot předchozí funkce (y-ové souřadnice) děláme absolutní hodnotu \Rightarrow kladné hodnoty neměníme (body nad osou x zůstávají stejné), záporným hodnotám změním znaménko na kladné (body pod osou x převrátíme nad ní $[-2; -2] \Rightarrow [-2; 2]$)

Hodnoty předchozí funkce (y-ové souřadnice) násobíme -1 , měníme znaménko \Rightarrow z kladných hodnot se stávají záporné \Rightarrow body nad osou x převrátíme pod ní $[-2; 2] \Rightarrow [-2; -2]$)

K hodnotám předchozí funkce (y-ové souřadnice) přičítáme jedničku \Rightarrow všechny hodnoty zvětšíme o jednu ($[-2; -2] \Rightarrow [-2; -1]$) \Rightarrow graf se posune o jedničku nahoru

Př. 5: Nakresli graf funkce $y = |x - 2| - 1$.

Určení hodnoty pro x vypadá takto:

Vybereme x , například $x = -2 \Rightarrow$

Uděláme $-2 - 2 = -4 \Rightarrow$

Uděláme $|-2 - 2| = 4 \Rightarrow$

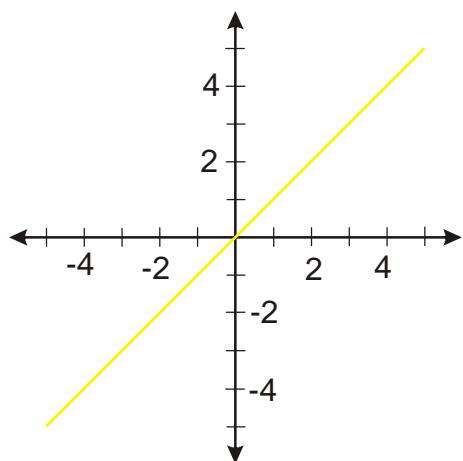
Dopočteme $|-2 - 2| - 1 = 3 \Rightarrow$

Nakreslíme funkci $y = x$

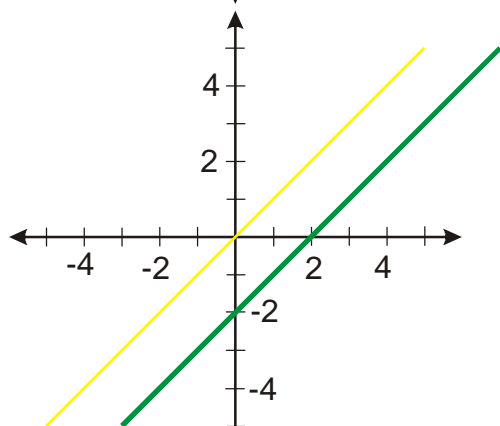
Nakreslíme funkci $y = x - 2$

Nakreslíme funkci $y = |x - 2|$

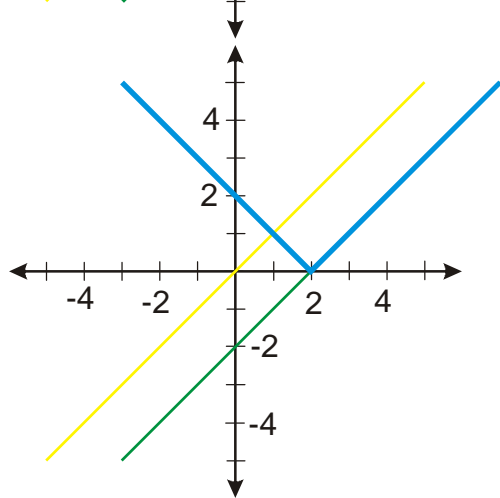
Nakreslíme funkci $y = |x - 2| - 1$



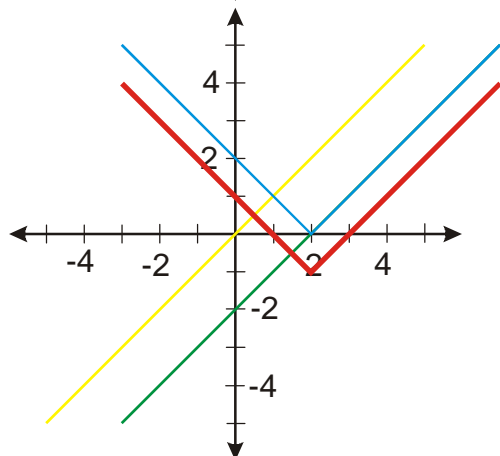
Graf funkce $y = x$



Od hodnot předchozí funkce (y-ové souřadnice) odečítáme dvojku \Rightarrow všechny hodnoty zmenšíme o dvě
 $([-2; -2] \Rightarrow [-2; -4]) \Rightarrow$ graf se posune o dvě dolů



Z hodnot předchozí funkce (y-ové souřadnice) děláme absolutní hodnotu \Rightarrow kladné hodnoty neměníme (body nad osou x zůstávají stejné), záporným hodnotám změním znaménko na kladné (body pod osou x převrátíme nad ní $[-2; -4] \Rightarrow [-2; 4]$)



Od hodnot předchozí funkce (y-ové souřadnice) odečítáme jedničku \Rightarrow všechny hodnoty zmenšíme o jedna
 $([-2; 4] \Rightarrow [-2; 3]) \Rightarrow$ graf se posune o jednu dolů

Př. 6: Nakresli graf funkce $y = |x + 2| - 1$.

Určení hodnoty pro x vypadá takto:

Vybereme x , například $x = -2 \Rightarrow$

Uděláme $-2 + 2 = 0 \Rightarrow$

Uděláme $|-2 + 2| = 0$

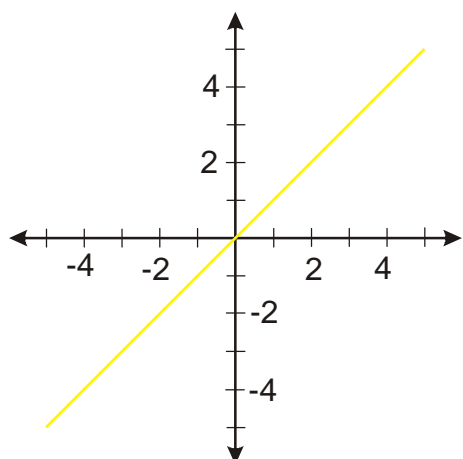
Dopočteme $|-2 + 2| - 1 = -1 \Rightarrow$

Nakreslíme funkci $y = x$

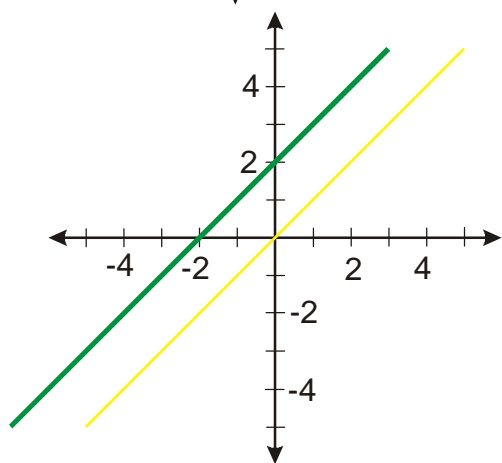
Nakreslíme funkci $y = x + 2$

Nakreslíme funkci $y = |x + 2|$

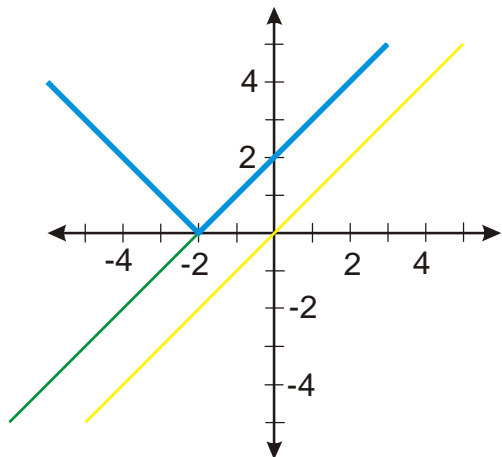
Nakreslíme funkci $y = |x + 2| - 1$



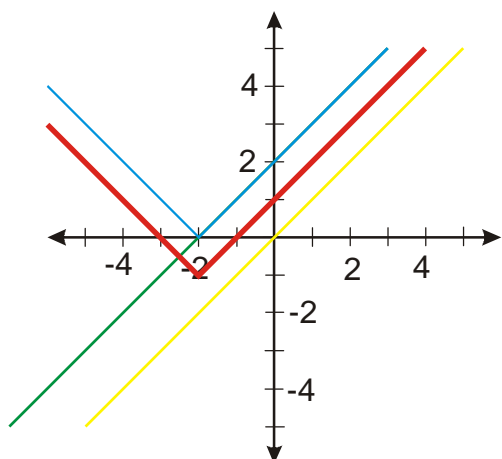
Graf funkce $y = x$



K hodnotám předchozí funkce (y-ové souřadnice) přičítáme dvojkou \Rightarrow všechny hodnoty zvětšíme o dvě ($[-2; -2] \Rightarrow [-2; 0]$)
 \Rightarrow graf se posune o dvě nahoru



Z hodnot předchozí funkce (y-ové souřadnice) děláme absolutní hodnotu \Rightarrow kladné hodnoty neměníme (body nad osou x zůstávají stejné), záporným hodnotám změním znaménko na kladné (body pod osou x převrátíme nad ní $[-3; -1] \Rightarrow [-3; 1]$)



Od hodnot předchozí funkce (y-ové souřadnice) odečítáme jedničku \Rightarrow všechny hodnoty zmenšíme o jedna
 $([-3;1] \Rightarrow [-3;0]) \Rightarrow$ graf se posune o jednu dolů

Př. 7: Petáková:
 strana 28/cvičení 40 f_3, f_4, h_2, g_1
 strana 29/cvičení 41 a)

Shrnutí: Graf funkce můžeme získat tím, že na grafu funkce $y = x$ postupně provádíme úpravy odpovídající provádění výpočtů při určování funkční hodnoty.