1.6.6 Exponenciální tvar čísla

Předpoklady: 1603

Pedagogická poznámka: Začátek této hodiny patří k mým oblíbeným scénkám. Pomítnu na zeď následující hodnoty a řeknu studentům, aby si je opsali do sešitu. Následuje krátká hádka, ve které si studenti stěžují, že čísla nejdou opsat, abych jim nuly rozdělil alespoň na skupiny po třech, a já se rozčiluju, že snad dokážou spočítat pár nul. Po této hádce studenti snadno přistoupí na to, že některá čísla jsou poměrně špatně čitelná.

Některá čísla jsou při normálním zápisu poměrně špatně čitelná:

Hmotnost Země:	$5980000000000000000000000\,\text{kg}$
Rychlost světla ve vakuu:	$300000000\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
Hmotnost protonu:	$0,0000000000000000000000000167\,\text{kg}$
Počet obyvatel Číny:	1400000000
Vlnová délka červeného světla:	0,00000079 m

Je tam příliš mnoho nul, špatně se zjišťuje jejich počet

Řešení:

Všechna čísla jdou rozdělit na součin tímto způsobem: $300000000 = 3\cdot 100000000 = 3\cdot 10^8$

Číslo má při tomto zápisu dvě části:

- 10^8 - udává řád čísla (občas, hlavně v počítačové terminologii, se mu říká exponent)
- 3 – obsahuje platné číslice (občas, hlavně v počítačové terminologii, se mu říká mantisa)

O takto zapsaném čísle říkáme, že je zapsáno v **exponenciálním tvaru**.

Př. 1: Zapiš v exponenciálním tvaru počet obyvatel Číny a vlnovou délku červeného světla.

$1400000000 = 1,4\cdot 1000000000 = 1,4\cdot 10^9$

$0,00000079\,\text{m} = 7,9\cdot 0,0000001\,\text{m} = 7,9\cdot 10^{-7}\,\text{m}$

Pedagogická poznámka: Po ukázce s rychlostí světla většina studentů udělá dvě věci: počet obyvatel Číny napíšou jako $14\cdot 10^8$ (což není chyba, ještě neví, že mantisa má být v rozmezí $1 \le b < 10$) a pak zkazí zápis vlnové délky světla většinou ve tvaru: $79\cdot 10^{-6}$ (špatný exponent, protože po zpětném roznásobení nedá původní hodnotu). Bavíme se o tom, jaký je rozdíl mezi chybou a nedodržením nějakého zvyku.

Exponenciálním tvar čísla *a* je součin $b\cdot 10^z = a$, kde $1 \le b < 10$ a $z \in \mathbb{Z}$.

Za platné číslice čísla *a* považuje platné číslice čísla *b*. $\Rightarrow$ hodnota $3\cdot 10^8$ není stejná jako hodnota $3,0\cdot 10^8$ (druhé číslo je přesnější, je udané na dvě platné číslice).

Př. 2: Zapiš v exponenciální tvaru hmotnost Země a hmotnost protonu

$5980000000000000000000000\,\text{kg} = 5,98 \cdot 10^{24}\ \text{kg}$

$0,00000000000000000000000000167\,\text{kg} = 1,67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$

Pozor: Čísla je možné zadávat na kalkulačkách i v exponenciálním tvaru. Většinou pomocí klávesy E (Exp) takto:
číslo $1,4 \cdot 10^{9}$ zapíšeme 1,4E9 $\Rightarrow$ základ desítkové mocniny (tedy číslo 10) se nepíše!! (vždy je potřeba ověřit na konkrétní kalkulačce)

Pedagogická poznámka: Předchozí upozornění je důležité. Studenti často dělají zmiňovanou chybu, kvůli které jim vycházejí výsledky desetkrát větší.

Exponenciální tvar čísla nejen zpřehledňuje nebo zkracuje jejich zápis, ale umožňuje i usnadnění některých výpočtů:

$$240000 : 0,00006 = 2,4 \cdot 10^{5} : 6 \cdot 10^{-5} = \frac{2,4 \cdot 10^{5}}{6 \cdot 10^{-5}} = 0,4 \cdot 10^{10} = 4 \cdot 10^{9}$$

Př. 3: Vypočti s využitím exponenciálního tvaru:
a) $20000000 \cdot 0,000012$
b) $0,0000036 : 120000$

a) $20000000 \cdot 0,000012 = 2 \cdot 10^{7} \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} = 2,4 \cdot 10^{7-5} = 2,4 \cdot 10^{2}$

b) $0,0000036 : 120000 = \dfrac{3,6 \cdot 10^{-6}}{1,2 \cdot 10^{5}} = \dfrac{3,6}{1,2} \cdot 10^{-6-5} = 3 \cdot 10^{-11}$

Poznámka: Exponenciální tvar čísla je také možné využít, když chceme zjistit pouze řádový odhad výsledku. V takovém případě bereme do úvahy pouze mocninné části exponenciálních tvarů čísel.

Exponenciální tvar usnadňuje i převody jednotek. Legálně používané předpony odpovídají mocninám deseti $\Rightarrow$ změny při převodu probíhají pouze v exponentu.

Předpona (zkratka)	**Díl**	**předpona (zkratka)**	**násobek**
mili (*m*)	10^{-3}	kilo (*k*)	10^{3}
mikro (μ)	10^{-6}	mega (*M*)	10^{6}
nano (*n*)	10^{-9}	giga (*G*)	10^{9}
piko (*p*)	10^{-12}	tera (*T*)	10^{12}
femto (*f*)	10^{-15}	peta (*P*)	10^{15}
ato (*a*)	10^{-18}	exa (*e*)	10^{18}

Převedeme 120000 mm na metry:
$120000\,\text{mm} = 1,2 \cdot 10^{5}\,\text{mm} = 1,2 \cdot 10^{5} \cdot 10^{-3}\,\text{m} = 1,2 \cdot 10^{2}\,\text{m} = 120\,\text{m}$ $\Rightarrow$ jenom jsme měnili exponenty

Př. 4: Převeď na základní jednotku v exponenciálním tvaru:
a) $13000000\,\mathrm{GJ}$ b) $0,00000006\,\mu\mathrm{m}$ c) $0,000045\ \mathrm{TW}$

a) $13000000\,\mathrm{GJ} = 1,3\cdot 10^{7}\ \mathrm{GJ} = 1,3\cdot 10^{7}\cdot 10^{9}\ \mathrm{J} = 1,3\cdot 10^{16}\ \mathrm{J}$
b) $0,00000006\,\mu\mathrm{m} = 6\cdot 10^{-8}\cdot 10^{-6}\,\mathrm{m} = 6\cdot 10^{-14}\ \mathrm{m}$
c) $0,000045\,\mathrm{TW} = 4,5\cdot 10^{-5}\cdot 10^{12}\ \mathrm{W} = 4,5\cdot 10^{7}\ \mathrm{W}$

Př. 5: Převeď na jednotku v závorce v exponenciálním tvaru:
a) $1,2\cdot 10^{-7}\ \mathrm{A}\left[\mu\mathrm{A}\right]$ b) $5700000000\,\mathrm{m}\left[\mathrm{Mm}\right]$ c) $0,000000033\mathrm{m}\left[\mathrm{nm}\right]$

a) $1,2\cdot 10^{-7}\ \mathrm{A} = 1,2\cdot 10^{-7}\cdot 10^{6}\ \mu\mathrm{A} = 1,2\cdot 10^{-1}\mu\mathrm{A}$
b) $5700000000\,\mathrm{m} = 5,7\cdot 10^{9}\cdot 10^{-6}\,\mathrm{Mm} = 5,7\cdot 10^{3}\,\mathrm{Mm}$
c) $0,000000033\,\mathrm{m} = 3,3\cdot 10^{-8}\cdot 10^{9}\ \mathrm{nm} = 3,3\cdot 10^{1}\ \mathrm{nm}$

Př. 6: Převeď na jednotku uvedenou v závorce:
a) $350\,\mathrm{km}\left[\mathrm{mm}\right]$ b) $450\,\mathrm{nm}\left[\mathrm{Gm}\right]$ c) $5500000\,\mathrm{Mg}\left[\mu\mathrm{g}\right]$
d) $3,5\cdot 10^{3}\,\mathrm{GJ}\left[\mathrm{mJ}\right]$ e) $3,3\cdot 10^{-2}\,\mathrm{Tm}\left[\mathrm{nm}\right]$ f) $0,002\,\mu\mathrm{m}\left[\mathrm{km}\right]$

a) $350\,\mathrm{km} = 3,5\cdot 10^{2}\cdot 10^{3}\cdot 10^{3}\ \mathrm{mm} = 3,5\cdot 10^{8}\,\mathrm{mm}$
b) $450\,\mathrm{nm} = 4,5\cdot 10^{2}\cdot 10^{-9}\cdot 10^{-9}\ \mathrm{Gm} = 4,5\cdot 10^{-16}\,\mathrm{Gm}$
c) $5500000\,\mathrm{Mg} = 5,5\cdot 10^{6}\cdot 10^{6}\cdot 10^{6}\ \mu\mathrm{g} = 5,5\cdot 10^{18}\,\mu\mathrm{g}$
d) $3,5\cdot 10^{3}\ \mathrm{GJ} = 3,5\cdot 10^{3}\cdot 10^{9}\cdot 10^{3}\ \mathrm{mJ} = 3,5\cdot 10^{15}\,\mathrm{mJ}$
e) $3,3\cdot 10^{-2}\ \mathrm{Tm} = 3,3\cdot 10^{-2}\cdot 10^{12}\cdot 10^{9}\ \mathrm{nm} = 3,3\cdot 10^{19}\,\mathrm{nm}$
f) $0,002\,\mu\mathrm{m} = 2\cdot 10^{-3}\cdot 10^{-6}\cdot 10^{-3}\ \mathrm{km} = 2\cdot 10^{-12}\,\mathrm{km}$

Dodatek: Musíme se vrátit ještě na úplný začátek. Rychlost světla samozřejmě není přesně $300000000\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$. Tato hodnota je přibližná, bohužel z našeho zápisu nevíme, s jakou přesností. Proto se v tabulkách uvádí hodnoty včetně chyby, například rychlost světla pak může být zapsána ve tvaru: $300000000\pm 5000000\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$.

Př. 7: Sbírka příklad 11

Pedagogická poznámka: Pokud je někdo se vším hotový počítá další příklady ze sbírky.

Shrnutí: Velmi velká nebo velmi malá čísla je možné přehledněji zapsat v exponenciálním tvaru $5,98\cdot 10^{24}$.