

4.6.7 Výkon střídavého proudu v obvodu s odporem

Předpoklady: 4218, 4601, 4602

Stejnosměrný proud: $P = U \cdot I = I \cdot R \cdot I = I^2 R$, proud i napětí se nemění \Rightarrow výkon zůstává stále stejný

Střídavý proud: napětí i proud se mění \Rightarrow pro výpočet výkonu musíme použít okamžité hodnoty:
 $p = u \cdot i$

V obvodu bez indukčnosti a kapacity, pouze s odporem není fázový posun a platí: $u = R \cdot i \Rightarrow$

$$p = u \cdot i = R \cdot i \cdot i = R \cdot i^2$$

Dosadíme: $i = I_m \sin \omega t$

$$p = R \cdot i^2 = R \cdot (I_m \sin \omega t)^2 = R I_m^2 \cdot \sin^2(\omega t) \Rightarrow$$

okamžitý výkon se mění jako funkce $\sin^2(\omega t)$ s amplitudou $P_m = R I_m^2$.

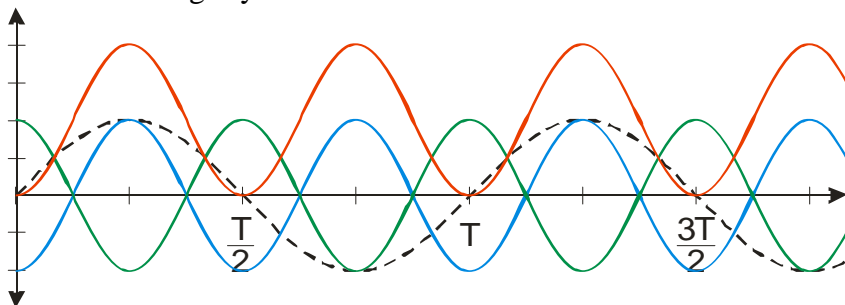
Schopnost určit okamžitý výkon je sice hezká, ale daleko víc bychom potřeboval spočítat průměrnou hodnotu výkonu, práci, kterou proud vykoná za jednu periodu \Rightarrow musíme prostudovat chování funkce $\sin^2(\omega t)$.

Goniometrický vzorec pro poloviční úhel: $\left| \sin \frac{x}{2} \right| = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$

substituce $x = 2y \Rightarrow |\sin y| = \sqrt{\frac{1 - \cos 2y}{2}}$

umocnění $\Rightarrow \sin^2 y = \frac{1 - \cos 2y}{2} \Rightarrow \sin^2(\omega t) = \frac{1 - \cos 2(\omega t)}{2}$

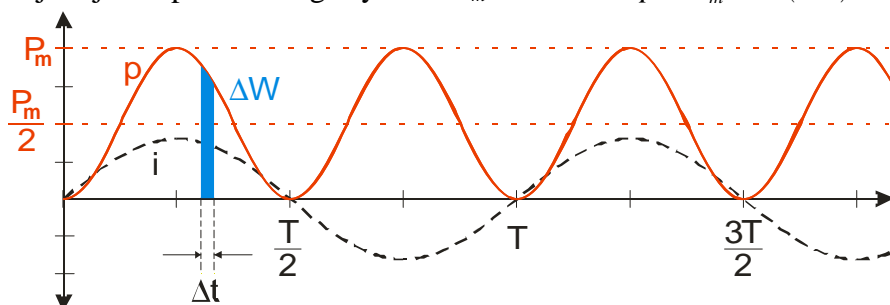
Nakreslíme si grafy:



černě: $i = I_m \sin \omega t$, zeleně: $\cos 2(\omega t)$, modře: $-\cos 2(\omega t)$, červeně:

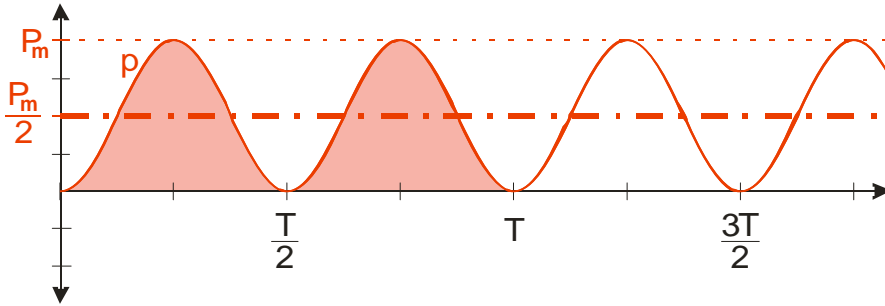
$$\sin^2(\omega t) = \frac{1 - \cos 2(\omega t)}{2}$$

Zajímají nás pouze dva grafy: $i = I_m \sin \omega t$ a $p = P_m \cdot \sin^2(\omega t)$



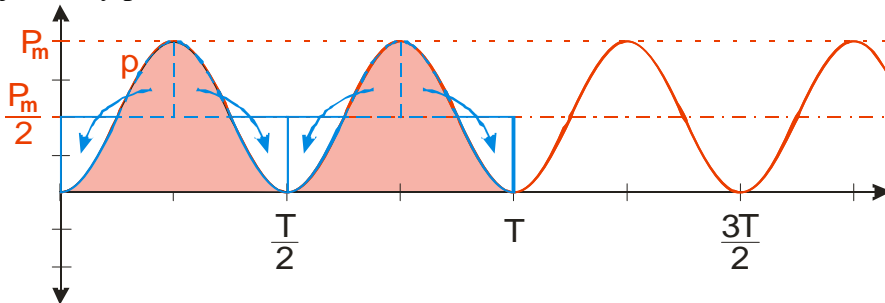
Zkusíme spočítat práci, kterou proud vykoná za jednu periodu (od času 0 do času T).

Vzorec pro práci $W = P \cdot t$ v případě, že výkon je konstantní. V našem případě to není pravda
 \Rightarrow nasekáme čas na menší kousky a použijeme vzorec $\Delta W = P \cdot \Delta t$. Jeden takový kousek práce je nakreslený v grafu, Když sečteme, získáme práci za celou periodu. Tato práce se rovná vybarvené ploše pod červenou křivkou.

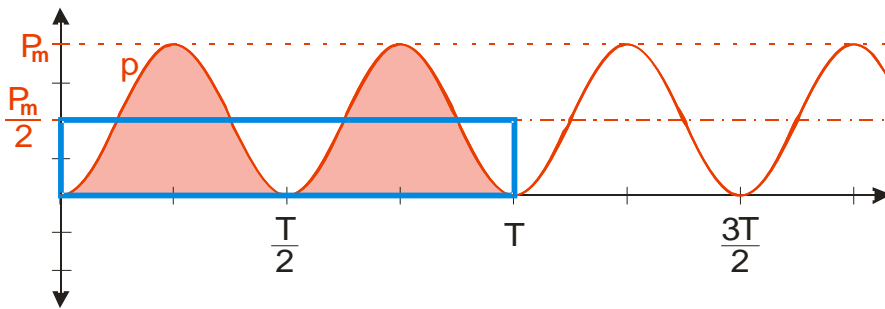


Jak je tato plocha velká?

Červená křivka je o $\frac{P_m}{2}$ posunutá sinusoida \Rightarrow plocha nad vyznačenou osou je stejně velká jako díry pod ní:



Práce, kterou vykoná střídavý elektrický proud za jednu periodu se rovná obsahu modrého obdélníku o stranách T a $\frac{P_m}{2}$.



Spočteme obsah obdélníku: $W = ab = \frac{P_m}{2} \cdot T = \frac{R I_m^2}{2} T$.

Hledáme hodnotu stejnosměrného proudu I_e , který by za jednu periodu vykonal stejnou práci:

$$W = P \cdot t = R I_e^2 \cdot T$$

Chceme, aby se obě práce rovnaly: $\frac{R I_m^2}{2} T = R I_e^2 \cdot T$

$$\frac{I_m^2}{2} = I_e^2 \Rightarrow I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 I_m \text{ - efektivní hodnota střídavého proudu}$$

(střídavý proud s amplitudou I_m vykoná stejné množství práce, jako by vykonal stejnosměrný proud o velikosti $I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 I_m$)

Zcela analogicky zavádíme i efektivní hodnotu napětí:

$$U_e = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0,707 U_m \text{ - efektivní hodnota střídavého napětí}$$

(střídavé napětí s amplitudou U_m vykoná stejné množství práce, jako by vykonalo stejnosměrné napětí o velikosti $U_e = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0,707 U_m$)

Protože nás u elektrického proudu zajímá hlavně užitečná práce, kterou je schopen vykonávat, jsou pro nás efektivní hodnoty nejdůležitější \Rightarrow

- pokud není u velkého písmena, které označuje střídavý proud nebo napětí, napsán žádný index, pokládáme ho za efektivní hodnotu
 - pokud mluvíme o hodnotách střídavého proudu a napětí, předpokládáme (není-li řečeno jinak), že jde o efektivní hodnoty
- \Rightarrow 230 V uváděných u střídavého síťového napětí je efektivní hodnota

Př. 1: Efektivní hodnota síťového napětí je 230 V . Urči jeho amplitudu.

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

$$U_m = U \cdot \sqrt{2}$$

$$U_m = 230 \cdot \sqrt{2}$$

$$U_m = 325 \text{ V}$$

Amplituda síťového napětí je 325 V.

Pro výkon střídavého proudu daného efektivními hodnotami U a I platí vztah $P = U \cdot I$.

Př. 2: Žárovka 100 W je připojena k síťovému napětí 230 V. Urči největší okamžitou hodnotu proudu, který přes žárovku prochází.

Ze vztahu pro výkon vypočítáme efektivní hodnotu proudu, procházejícího přes žárovku:

$$P = U \cdot I \quad \Rightarrow \quad I = \frac{P}{U} = \frac{100}{230} \text{ A} = 0,43 \text{ A}$$

Nyní musíme dopočítat amplitudu proudu:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad \Rightarrow \quad I_m = I \cdot \sqrt{2} = 0,43 \cdot \sqrt{2} \text{ A} = 0,61 \text{ A}$$

Proud v žárovce bude dosahovat maximální okamžité hodnoty 0,61 A.

Shrnutí: Velikosti střídavého napětí a proudu udáváme pomocí efektivních hodnot, které popisují průměrnou práci, kterou vykonává elektrický proud.