2.4.7 Teplotní roztažnost pevných látek

Předpoklady: 2406

Pokus: Studená kulička projde kroužkem. Po zahřátí nad kahanem kroužkem neprojde. Když kuličku ochladíme vodou, opět kroužkem projde.
Vysvětlení: Kulička se zahřátím zvětšila, teplá kulička je větší než studená $\Rightarrow$ při změně teploty se mění rozměry těles = **teplotní roztažnost**.

Proč?
Vyšší teplota $\Rightarrow$ částice více kmitají kolem rovnovážných poloh $\Rightarrow$ častěji se dostávají do větší vzájemné blízkosti $\Rightarrow$ více na sebe působí odpudivými silami $\Rightarrow$ potřebují víc místa.

Pokus: Proužek z dvou kovů (bimetal = 2 kovy), po zahřátí se ohne. Po ochlazení se narovná.
Vysvětlení: Různé látky se roztahují různě. Bimetal se ohne tak, aby kov, který se roztahuje více byl na vnější straně (a měl tak víc místa).

Na čem závisí prodloužení Δl:
- Δt (změna teploty): větší teplota $\Rightarrow$ větší prodloužení.
- Δl_0 (původní délka): větší délka $\Rightarrow$ větší prodloužení.
- α (**součinitel tepelné délkové roztažnosti**): rozlišuje různé látky, které se s teplotou mění různě. Hodnota se mění s teplotou, proto se v tabulkách udává α_{20}, hodnota při $20\,°\mathrm{C}$.

$\Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t$ (přibližný vzorec, existují i přesnější ale složitější vyjádření)

Př. 1: Urči jednotku součinitele tepelné délkové roztažnosti.

Vyjádříme α ze vzorce: $\Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t \;\Rightarrow\; \alpha = \dfrac{\Delta l}{l_0 \Delta t}$.

Dosadíme jednotky: $\alpha = \dfrac{\Delta l}{l_0 \Delta t} = \dfrac{1\mathrm{m}}{1\mathrm{m} \cdot 1\mathrm{K}} = \dfrac{1}{1\mathrm{K}} = \mathrm{K}^{-1}$.

Př. 2: Odvoď vztah pro celkovou délku l tyče roztažené kvůli změně teploty z počáteční délky l_0.

Celková délka roztažené tyče: $l = l_0 + \Delta l = l_0 + l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t$.
$l = l_0 \left(1 + \alpha \cdot \Delta t\right)$

Hodnoty součinitele tepelné délkové roztažnosti pro některé prvky:

prvek	hliník	železo	iridium	měď	vápník
$\alpha\left[10^{-3} \cdot \mathrm{K}^{-1}\right]$	0,024	0,012	0,006	0,017	0,025

Př. 3: Proč je v tabulce zařazen málokdy zmiňovaný kov iridium?

Ze slitiny iridia a platiny je vyroben mezinárodní prototyp metru, zřejmě kvůli jeho malému součiniteli tepelné roztažnosti.

Př. 4: Eiffelova věž má (včetně antény na vrcholu) výšku 324 metrů. Urči výšku této věže při teplotě $-273°\text{C}$ (téměř absolutní 0 K). Předpokládej, že výška udávaná v literatuře byla naměřena při teplotě $30°\text{C}$. Věž je vyrobena ze železa.

$l_0 = 324\,\text{m}$, $t_1 = 30°\text{C}$, $t_2 = -273°\text{C}$, $\alpha = 0{,}012 \cdot 10^{-3}\,\text{K}^{-1}$, $l = ?$

$\Delta t = t_2 - t_1 = -273 - 30\,\text{K} = -303\,\text{K}$

$l = l_0\left(1 + \alpha \cdot \Delta t\right) = 324\left[1 + 0{,}012 \cdot 10^{-3} \cdot \left(-303\right)\right]\text{m} = 322{,}8\,\text{m}$

I při ochlazení téměř k absolutní nule by se výška Eiffelovy věže zmenšila pouze na 1,2 metru na 322,8 m.

Pedagogická poznámka: Příklad je důležitý. Objevují se studenti, kteří si představují, že se předměty budou zkracovat až k nule (což jim brání přijmout teplotní roztažnost).

Př. 5: Urči, o kolik se prodlouží hliníkový drát natažený mezi 2 stožáry vysokého napětí vzdálenými od sebe 60 m, jestliže se teplota se zvýší z $-20°\text{C}$ na $30°\text{C}$.

$t_1 = -20°\text{C}$, $t_2 = 30°\text{C}$, $\Delta t = 30 - (-20)\,\text{K} = 50\text{K}$, $\alpha = 0{,}024 \cdot 10^{-3}\,\text{K}^{-1}$, $l_0 = 60\,\text{m}$, $\Delta l = ?$

$\Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t = 60 \cdot 0{,}024 \cdot 10^{-3} \cdot 50\,\text{m} = 7{,}2 \cdot 10^{-2}\,\text{m} = 7{,}2\,\text{cm}$

Hliníkový drát se prodlouží o 7,2 cm.

Zdá se to možná málo, ale musíme se na to brát ohled.

Př. 6: Urči sílu, kterou by stožáry vysokého napětí musely napínat hliníkový drát z minulého příkladu, pokud by byl natažen při venkovní teplotě $30°\text{C}$ a poté se ochladilo na $-20°\text{C}$. Průměr drátu je 2 cm.

$\Delta l = 7{,}2\,\text{cm} = 7{,}2 \cdot 10^{-2}\,\text{m}$, $d = 2\,\text{cm} = 2 \cdot 10^{-2}\,\text{m}$, $E_{Al} = 67 \cdot 10^{3}\,\text{MPa}$, $l_0 = 60\,\text{m}$, $F = ?$

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{1}{E}\frac{F}{S}$$

$$F = \frac{ES\Delta l}{l_0} = \frac{E\pi \frac{d^2}{4}\Delta l}{l_0} = \frac{E\pi d^2 \Delta l}{4 l_0}$$

$$F = \frac{E\pi d^2 \Delta l}{4 l_0} = \frac{67 \cdot 10^{9} \cdot \pi \cdot \left(2 \cdot 10^{-2}\right)^2 \cdot 7{,}2 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 60}\,\text{N} = 25258\,\text{N}$$

Stožáry by musely jeden natažený drát napínat silou 25000 N (a stejnou silou by působilo vedení na stožáry). Drátů se napíná vždy více $\Rightarrow$ takové zatížení by stožáry nevydržely $\Rightarrow$ při napínání vedení se musí tepelná roztažnost zohlednit.

Př. 7: Za jaké venkovní teploty je možné napínat vedení na doraz (bez rezervy).

Při velmi nízkých teplotách je drát maximálně zkrácený a bude se pouze prodlužovat. Naopak při vyšších teplotách musíme počítat s ochlazením, zkrácením vedení a nechávat rezervu.

Když se mění rozměry, mění se i objem: $V = V_l(1+\beta\cdot\Delta t)$.

β = **koeficient objemové roztažnosti** (není v tabulkách, protože platí: $\beta \doteq 3\alpha$)

Pedagogická poznámka: Pokud nejsou studenti dostatečně rychlí, nemusí je nechat odvozovat příklad samostatně (stejně dospějí maximálně ke vztahu před zanedbáváním). Stačí promítnout roznásobený výraz a probrat s nimi zanedbávání některých členů.

Př. 8: Na příkladu krychle odvoď vzorec pro objemovou roztažnost.

$V = a^3$ (použijeme $a = a_0(1+\alpha\cdot\Delta t)$)

$V = a^3 = \left[a_0(1+\alpha\cdot\Delta t)\right]^3 = a_0^3(1+\alpha\cdot\Delta t)^3 = V_0\left[1+3\alpha\cdot\Delta t+3(\alpha\cdot\Delta t)^2+(\alpha\cdot\Delta t)^3\right]$

Výsledek moc nepřipomíná na vzorec $V = V_l(1+\beta\cdot\Delta t)$.

Jak velký je člen $\alpha\cdot\Delta t$?

α - řádově 10^{-5}, Δt - maximálně 10^3 (při tisících stupňů i normálně pevné látky tají)

$\Rightarrow \alpha\cdot\Delta t < 10^{-2}$; $(\alpha\cdot\Delta t)^2 < 10^{-4}$; $(\alpha\cdot\Delta t)^3 < 10^{-6}$ $\Rightarrow$ členy $(\alpha\cdot\Delta t)^2$ a $(\alpha\cdot\Delta t)^3$ můžeme ve výrazu zanedbat (úplně se ztratí v chybách α, které se s teplotou taky mění).

$V = V_0(1+3\alpha\cdot\Delta t)$

Při zvyšování teploty se zvětšují rozměry těles $\Rightarrow$ zvětšuje se nejen jejich objem, ale i velikost dutin (například objem hrnku, do kterému můžeme nalít čaj.

Př. 9: Najdi způsob jak dostat zahřátou kuličku přes kroužek bez toho, abychom ji ochladili.

Kuličku můžeme dostat přes kroužek zahřáním kroužku.
Při zahřívání se zvětšují nejen vnější tělesa, ale i dutiny uvnitř $\Rightarrow$ zahřejeme kroužek, jeho otvor se zvětšil a projde přes něj i zvětšená kulička.

Př. 10: Jedním z nejčastěji používaných materiálů je železobeton (železné tyče zalité do betonu). Jaké vlastnosti musí železo a beton mít?

Obě látky musí mít stejnou teplotní roztažnost, aby v materiálu nedocházelo k pnutím.

Důsledky tep. roztažnosti:

- Dráty vedení elektrického proudu se nesmí napínat na doraz, musí se nechat průvěs (hlavně v létě).
- Mosty nejsou zabetonovány napevno, ale jsou postaveny na válečkách.
- Kolejnice nejsou z jednoho kusu, ale z částí, které se na sebe nasouvají a je mezi nimi mezera.
- Kotle v elektrárnách se nezazdívají (po zatopení se roztáhnou).

- Teplovody – roury mají „klky“, které vyrovnávají změny délky.

Využití bimetalu:

- Teplotní spínače (žehlička, varná konvice, elektrická trouba), při zahřátí se bimetal ohne a tím vypne obvod.
- Jističe – bimetal zahřátý procházejícím proudem vypíná při dlouhodobém přetížení (krátkodobé vypíná cívka).

Shrnutí: Pevné látky při ohřívání zvětšují své rozměry.