

2.3.3 Teplota plynu z hlediska molekulové fyziky

Předpoklady: 2301

Pedagogická poznámka: Tato hodina patří mezi nejpohodovější. Je možné ji spojit s následující, cenou bude, že nebudete moci studenty vykoupat v řešení příkladu 3.

Při zvýšení teploty vzroste rychlost molekul a tím i kinetická energie plynu \Rightarrow měl by existovat vztah mezi teplotou a střední kvadratickou rychlostí.

Kinetická energie „průměrně rychlé molekuly“ = střední kinetická energie $E_0 = \frac{1}{2} m_0 v_k^2$

(m_0 - hmotnost molekuly)

Vnitřní energie plynu se zvyšuje s teplotou $\Rightarrow E_0$ jde spočítat i pomocí teploty \Rightarrow

$$E_0 = \frac{1}{2} m_0 v_k^2 = \frac{3}{2} kT \quad (\text{vztah, který nebudeme odvozovat})$$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \quad \text{Boltzmannova konstanta}$$

Postřeh: Pravá strana nezávisí na druhu plynu \Rightarrow při stejné teplotě mají všechny plyny stejnou střední kinetickou energii.

Př. 1: Rozhodni zda budou při stejné teplotě plyny také stejnou střední kvadratickou rychlost.

Ve vztahu $E_0 = \frac{1}{2} m_0 v_k^2 = \frac{3}{2} kT$ je pro všechny plyny stejná pravá strana, ale liší se hodnoty $m_0 \Rightarrow$ různě těžké plyny budou mít různou v_k (lehčí plyny mají vyšší v_k)

Př. 2: Odvoď z uvedené rovnosti vztah pro střední kvadratickou rychlost.

$$\frac{1}{2} m_0 v_k^2 = \frac{3}{2} kT$$

$$v_k^2 = \frac{3kT}{m_0}$$

$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

Př. 3: Urči střední kvadratickou rychlost molekul O_2 při teplotě 0°C .

Vzorec $v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} \Rightarrow$ musíme zjistit hmotnost molekul O_2

O_232 g/mol

0,032kg..... $6,02 \cdot 10^{23}$ částic

x kg.....1 částice

$$x = \frac{1}{6,02 \cdot 10^{23}} \cdot 0,032$$

$$m_o = 5,31 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$$

Dosadíme:

$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_o}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 273,1}{5,31 \cdot 10^{-26}}} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 462 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Rychlost molekul O_2 při 0°C je $462 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Pedagogická poznámka: Předchozí příklad by měl být pro studenty jednoduchý (jde o triviální dosazení). Systémem sešrotování žáci bez paměti mají dva obrovské problémy:
co dosadit za teplotu (mají tendenci dosazovat 0°C)
jak určit hmotnost jedné molekuly (často dosazují 32 apod.).
Pokud se tyto problémy vyskytnou (a ony se vyskytnou) odkazují studenty na jejich sešity s tím, že schopnost vyřešit takové problémy s pomocí literatury (sešitem) je hlavním cílem jejich studia. Bavíme se o tom, že není nutné vědět přesně přepočít mezi teplotními stupnicemi nebo postup na výpočet hmotnosti molekuly, to se dá najít v sešitě, ale musí mít povědomí, že něco takového existuje a kde to najít. Jde o krásný příklad toho, že literatura (ani internet) nepomohou pokud nemají alespoň neostré minimum v hlavě.

Př. 4: Urči střední kvadratickou rychlost molekul H_2 při teplotě 0°C .

Stejně jako předchozí příklad \Rightarrow musíme zjistit hmotnost molekul H_2

H_22 g/mol

0,002kg..... $6,02 \cdot 10^{23}$ částic

x kg.....1 částice

$$x = \frac{1}{6,02 \cdot 10^{23}} \cdot 0,002$$

$$m_o = 3,32 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

Dosadíme:

$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_o}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 273,1}{3,32 \cdot 10^{-27}}} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 1846 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Rychlost molekul H_2 při 0°C je $1846 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Postřeh: Rychlost molekul vodíku je zřetelně vyšší než molekul kyslíku \Rightarrow větší pravděpodobnost, že nějaká molekula dosáhne rychlosti nutné k úniku do vesmíru \Rightarrow na Zemi se nevyskytuje plynný vodík (unikl do vesmíru). Jupiter si udržel i vodík (je těžší a úniková rychlost z jeho povrchu je podstatně větší), Měsíc ani kyslík (je lehčí a má menší únikovou rychlost).

Př. 5: Urči střední kinetickou energii molekuly ideálního plynu při teplotě 25°C.

První pohled: zdá se, že nám chybí hmotnost molekuly do vztahu: $E_0 = \frac{1}{2} m_0 v_k^2$, ale pozor:

vztah je možné dopsat $E_0 = \frac{1}{2} m_0 v_k^2 = \frac{3}{2} kT$. Pravá strana výrazu neobsahuje žádné údaje

specifické pro konkrétní plyn \Rightarrow dosadíme: $T = 273,15 + 25 \text{ K} = 298,15 \text{ K}$

$$E_0 = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 298,15 \text{ J} = 6,2 \cdot 10^{-21} \text{ J}$$

Molekula ideálního plynu má při teplotě 25°C střední kinetickou energii $E_0 = 6,2 \cdot 10^{-21} \text{ J}$.

Př. 6: Urči poměr středních kvadratických rychlostí kyslíku a vodíku při stejné teplotě. Výsledek ověř pomocí výsledků z příkladů 3 a 4.

Zapišeme si poměr s vodíkem nahoře (má větší rychlost) a upravujeme:

$$n = \frac{v_{k(H_2)}}{v_{k(O_2)}} = \frac{\sqrt{\frac{3kT}{m_{0(H_2)}}}}{\sqrt{\frac{3kT}{m_{0(O_2)}}}} = \sqrt{\frac{m_{0(O_2)}}{m_{0(H_2)}}}$$

$$\text{Dosadíme: } m_{0(O_2)} = \frac{M(O_2)}{N_A}, \quad m_{0(H_2)} = \frac{M(H_2)}{N_A}$$

$$n = \sqrt{\frac{m_{0(O_2)}}{m_{0(H_2)}}} = \sqrt{\frac{\frac{M(O_2)}{N_A}}{\frac{M(H_2)}{N_A}}} = \sqrt{\frac{M(O_2)}{M(H_2)}} \Rightarrow \text{poměr střední kvadratické rychlosti pro dva různé}$$

plyny je roven odmocnině z podílu jejich molárních hmotností:

$$\text{Ověření: } n = \sqrt{\frac{M(O_2)}{M(H_2)}} = \sqrt{\frac{32}{2}} = \sqrt{16} = 4$$

Podle zadání můžeme výsledek ověřit dosazením hodnot z předchozích příkladů:

$$n = \frac{v_{k(H_2)}}{v_{k(O_2)}} = \frac{1848}{462} = 3,996 \Rightarrow \text{velmi dobrá shoda}$$

Shrnutí: Střední kinetickou energii plynu je možné určovat i pomocí Boltzmanovy konstanty a tak najít vztah mezi střední kvadratickou rychlostí a teplotou plynu.