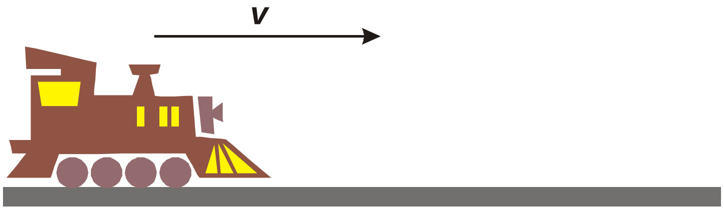
1.1.26 Znaménka

Předpoklady: 1123, 1125

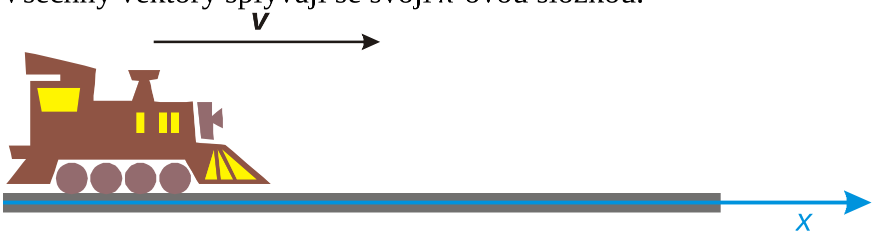
Opakování:
Veličiny s velikostí a směrem = vektorové veličiny
Vektor je určen také svým koncovým bodem (pokud začíná v počátku) $\Rightarrow$ polohu bodu můžeme určit pomocí vektoru, který začíná v počátku a v daném bodu končí. Takový vektor se označuje jako **polohový vektor** (tímto způsobem se popisuje poloha ve vysokoškolské fyzice).

V této hodině si ujasníme problémy, které jsme dosud měli se znaménky u zrychlených pohybů.

Př. 1: Na obrázku je nakreslený vlak, který se pohybuje po přímé trati, nakresli k němu vhodnou souřadnou soustavu.



V tomto případě se vlak pohybuje po přímce $\Rightarrow$ na popis nám stačí pouze jedna souřadnice x. Všechny vektory splývají se svojí x-ovou složkou.



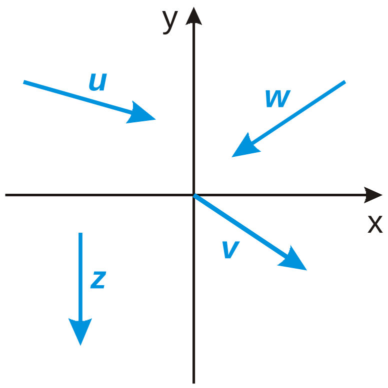
Př. 2: Jaké znaménko bude mít v souřadné soustavě zavedené v předchozím příkladu:
a) x-ová složka rychlosti, když vlak pojede zleva doprava?
b) x-ová složka rychlosti, když vlak pojede zprava doleva?
c) x-ová složka zrychlení, když vlak jedoucí zleva doprava začne brzdit?
d) x-ová složka zrychlení, když vlak jedoucí zprava doleva začne brzdit?

a) x-ová složka rychlosti, když vlak pojede zleva doprava?
rychlost má stejný směr jako osa x $\Rightarrow$ má kladné znaménko
b) x-ová složka rychlosti, když vlak pojede zprava doleva?
rychlost má opačný směr než osa x $\Rightarrow$ má záporné znaménko
c) x-ová složka zrychlení, když vlak jedoucí zleva doprava začne brzdit?
zrychlení má opačný směr než osa x (snaží se vyrobit rychlost se směrem zprava doleva) $\Rightarrow$ zrychlení má záporné znaménko
d) x-ová složka zrychlení, když vlak jedoucí zprava doleva začne brzdit?
zrychlení má stejný směr jako osa x (snaží se vyrobit rychlost se směrem zleva doprava) $\Rightarrow$ zrychlení má kladné znaménko

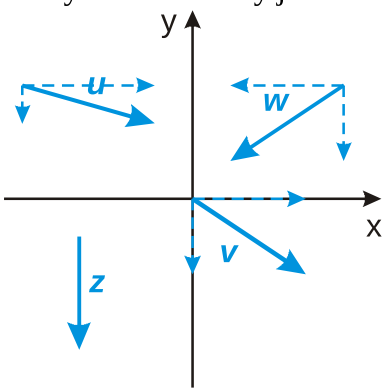
Pokud je orientace složky vektoru shodná s orientací příslušné souřadné osy, je její znaménko kladné, pokud je její orientace opačná, znaménko je záporné.

$\Rightarrow$ kdybychom změnili orientaci souřadné osy, všechna znaménka z příkladu 2, by se změnila.

Př. 3: Urči znaménka *x*-ových a *y*-ových složek vektorů na obrázku. Dokresli do obrázku libovolný vektor $\boldsymbol{a}$, pro který platí $a_x < 0$, $a_y > 0$.



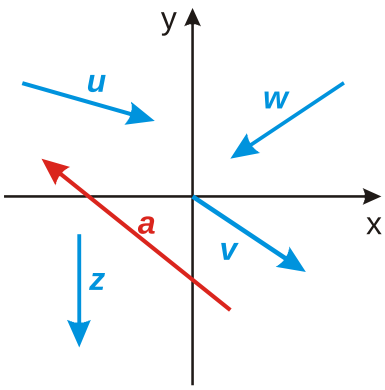
Přimyslíme si složky jednotlivých vektorů:



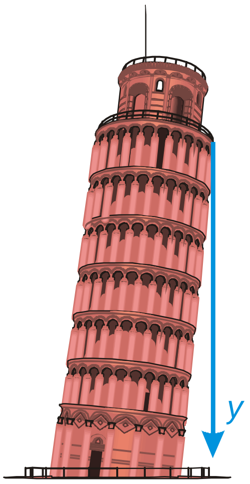
Je vidět, že platí:

$u_x > 0$, $u_y < 0$ $v_x > 0$, $v_y < 0$ $w_x < 0$, $w_y < 0$ $z_x = 0$, $z_y < 0$

Vektor $\boldsymbol{a}$ musí směřovat doleva nahoru:



Jedním z okamžiků, ve kterých se zrodila fyzika jako experimentální věda, byla chvíle, kdy Galileo Galilei začal pouštět z ochozu šikmé věže v Pise různě těžké koule. Navrhni vhodnou souřadnou soustavu pro tento experiment.



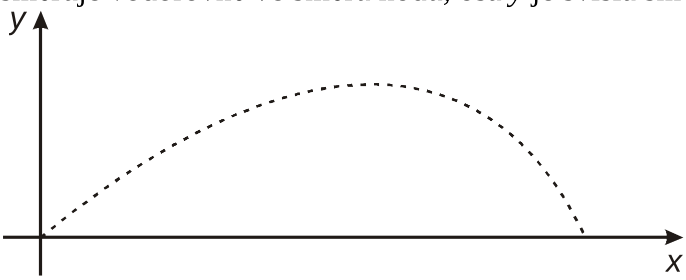
Koule padaly kolmo dolů $\Rightarrow$ stačí nám jediná souřadnice (třeba *z*), směřující kolmo dolů.

Př. 4: Jaké znaménko bude mít ve zvolené soustavě souřadnic:
a) rychlost koule okamžik před dopadem
b) zrychlení, kterým Země koule urychluje
c) počáteční rychlost, kdyby Galileo koule vyhazovat kolmo vzhůru

a) rychlost koule okamžik před dopadem je kladná
b) zrychlení, kterým Země koule urychluje je kladné (směřuje kolmo dolů jako osa *z*)
c) počáteční rychlost, kdyby Galileo koule vyhazovat kolmo vzhůru, by byla záporná (směřuje kolmo vzhůru, tedy proti směru osy *z*)

Př. 5: Nakresli soustavu souřadnic vhodnou pro sledování hodu oštěpem. Jaké znaménko má v této soustavě souřadnic:
a) vodorovná složka rychlosti
b) svislá složka rychlosti
c) zrychlení, kterým Země přitahuje oštěp

Potřebujeme dvě souřadnice, počátek umístíme do místa, odkud byl oštěp hozen, osa *x* směřuje vodorovně ve směru hodu, osa *y* je svislá směřuje kolmo nahoru.

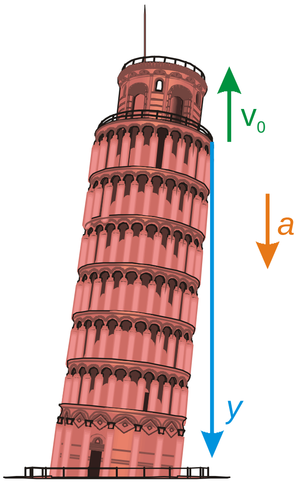


a) vodorovná složka rychlosti je po celou dobu letu kladná
b) svislá složka rychlosti je nejdříve kladná, od okamžiku, kdy oštěp začne klesat je záporná
c) zrychlení, kterým Země přitahuje oštěp je záporné (směřuje dolů)

Ve zbytku hodiny si ukážeme, že doopravdy nezáleží na tom, jakou soustavu souřadnic si zvolíme, protože ve všech soustavách souřadnic získáme stejné výsledky. Budeme se zabývat Galileiho pokusem.
Pokud koule doopravdy házel činil tak zřejmě z nejvyššího ochozu, který je 48 metrů na zemí. Abychom získali jednodušší rovnice budeme předpokládat, že ochoz byl o dva metry výše

(vzhledem k tomu, že se věž několik staletí postupně propadala to není příliš odvážné) a Galileo házel koule z výšky 50 m. Aby byl příklad znaménkově zajímavější budeme předpokládat, že je nepouštěl volně, ale házel je kolmo vzhůru rychlostí 15 m/s. Za jak dlouho dopadla takto hozená koule na zem? Zrychlení, kterým Země působí na kouli má velikost $10\,\mathrm{m/s^2}$.

Př. 6: Urči hodnoty jednotlivých veličin v předchozím zadání, pokud použijeme souřadnou soustavu nakreslenou před chvílí. Dosazením do odpovídající rovnice urči dobu, ve které koule dopadla na zem.



$v_0 = -15\,\mathrm{m/s}$ $\quad a = 10\,\mathrm{m/s^2}$ $\quad y_0 = 0\,\mathrm{m}$ $\quad y = 50\,\mathrm{m}$ $\quad t = ?$

Koule se celou dobu pohybovala rovnoměrně zrychleně $\Rightarrow$ dosadíme do rovnice pro polohu rovnoměrně zrychleného pohybu (známe v ní všechny veličiny kromě *t*)

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$50 = 0 + (-15)t + \frac{1}{2}\cdot 10t^2$$

$$50 = -15t + 5t^2 \qquad /:5$$

$$10 = -3t + t^2$$

$$t^2 - 3t - 10 = 0$$

Protože jsme zvolili opravu krásná čísla, můžeme rovnici převést do součinového tvaru:

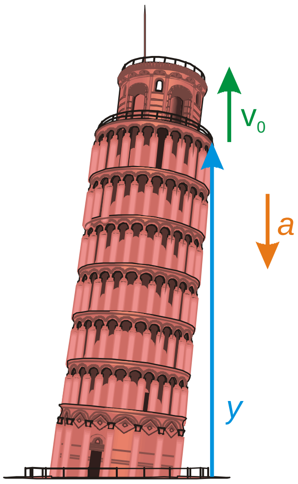
$$(t-5)(t+2) = 0$$

$t_1 = 5\,\mathrm{s}$, $t_2 = -2\,\mathrm{s}$

Koule vyhozená Galileim dopadne na zem za 5 s.

Poznámka: Fyzikální má i druhý (na první pohled nesmyslný) záporný kořen. Pokud by někdo 2 sekundy před Gaileim hodil ze země kolmo vzhůru rychlostí 35 m/s kouli, po dvou sekundách by doletěla do výšky ochozu a pak by se pohybovala přesně stejně jako koule vržená Galileim.

Př. 7: Vypočti předchozí příklad pokud zvolíš soustavu souřadnic s počátkem na zem pod ochozem s osou *y* směřující kolmo vzhůru.



$v_0 = 15\,\mathrm{m/s}$ $\quad a = -10\,\mathrm{m/s^2}$ $\quad y_0 = 50\,\mathrm{m}$ $\quad y = 0\,\mathrm{m}$ $\quad t = ?$

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

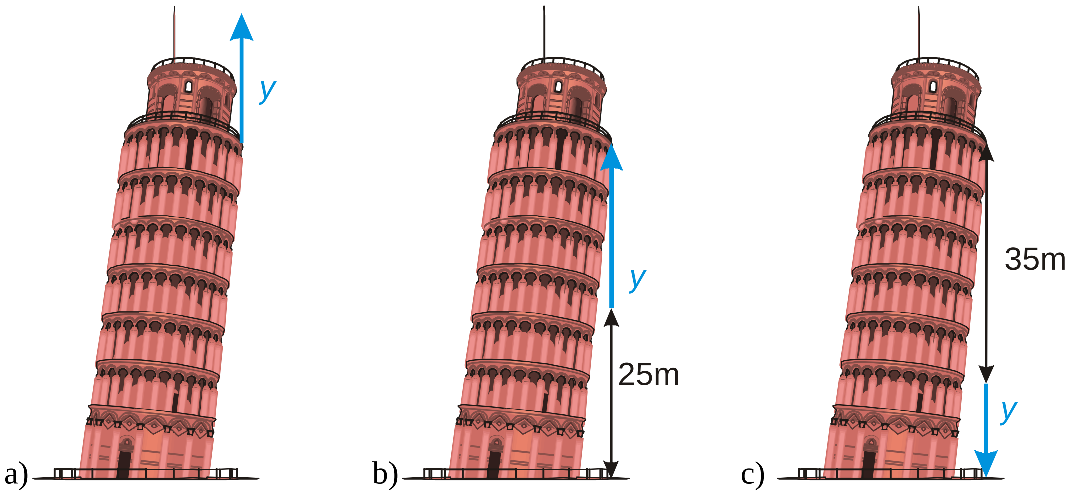
$$0 = 50 + 15t + \frac{1}{2}\cdot(-10)t^2$$

$$0 = 50 + 15t - 5t^2 \quad /:5$$

$$0 = 10 + 3t - t^2$$

$t^2 - 3t - 10 = 0$ - stejná rovnice jako v předchozím případě, nemusíme pokračovat dále, je jasné, že získáme stejné výsledky

Př. 8: Vypočti předchozí příklad pomocí soustav souřadnic naznačených na jednotlivých obrázcích.



a)

$v_0 = 15\,\mathrm{m/s}$ $\quad a = -10\,\mathrm{m/s^2}$ $\quad y_0 = 0\,\mathrm{m}$ $\quad y = -50\,\mathrm{m}$ $\quad t = ?$

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$-50 = 0 + 15t + \frac{1}{2} \cdot (-10)t^2$$
$$0 = 50 + 15t - 5t^2 \quad / : 5$$
$$0 = 10 + 3t - t^2$$
$t^2 - 3t - 10 = 0$ - stejná rovnice jako v předchozích případech, nemusíme pokračovat dále, je jasné, že získáme stejné výsledky

b)

$v_0 = 15\,\text{m/s} \quad a = -10\,\text{m/s}^2 \quad y_0 = 25\,\text{m} \quad y = -25\,\text{m} \quad t = ?$
$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$
$$-25 = 25 + 15t + \frac{1}{2} \cdot (-10)t^2$$
$$0 = 50 + 15t - 5t^2 \quad / : 5$$
$$0 = 10 + 3t - t^2$$
$t^2 - 3t - 10 = 0$ - stejná rovnice jako v předchozích případech, nemusíme pokračovat dále, je jasné, že získáme stejné výsledky

c)

$v_0 = -15\,\text{m/s} \quad a = 10\,\text{m/s}^2 \quad y_0 = -35\,\text{m} \quad y = 15\,\text{m} \quad t = ?$
$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$
$$15 = -35 - 15t + \frac{1}{2} \cdot 10t^2$$
$$0 = -50 - 15t + 5t^2 \quad / : 5$$
$$0 = -10 - 3t + t^2$$
$t^2 - 3t - 10 = 0$ - stejná rovnice jako v předchozích případech, nemusíme pokračovat dále, je jasné, že získáme stejné výsledky

Shrnutí: Na volbě soustavy souřadnic konečný výsledek nezávisí. Složky vektorů jsou kladné, když mají stejnou orientaci jako jejich souřadné osy.