

## 1.1.22 Vztahy mezi veličinami popisujícími pohyb

**Předpoklady:** 1120

**Pedagogická poznámka:** Když se studentů zeptáte, jakým vztahem jsou dráha, rychlost a zrychlení svázány, začnou ihned navrhnout vzorce typu  $s = vt$  a  $v = at$ . Myslím, že je to poměrně zásadní chyba. Ukazuje na to, že studenti nerozlišují mezi obecnými vztahy (které platí pořád) a speciálními vztahy pro jeden konkrétní druh pohybu. Bavíme se o tom.

Máme tři veličiny popisující pohyb a dva vztahy, které je spojují navzájem:

- $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$  rychlost je změna dráhy za změnu času
- $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$  zrychlení je změna rychlosti za změnu času

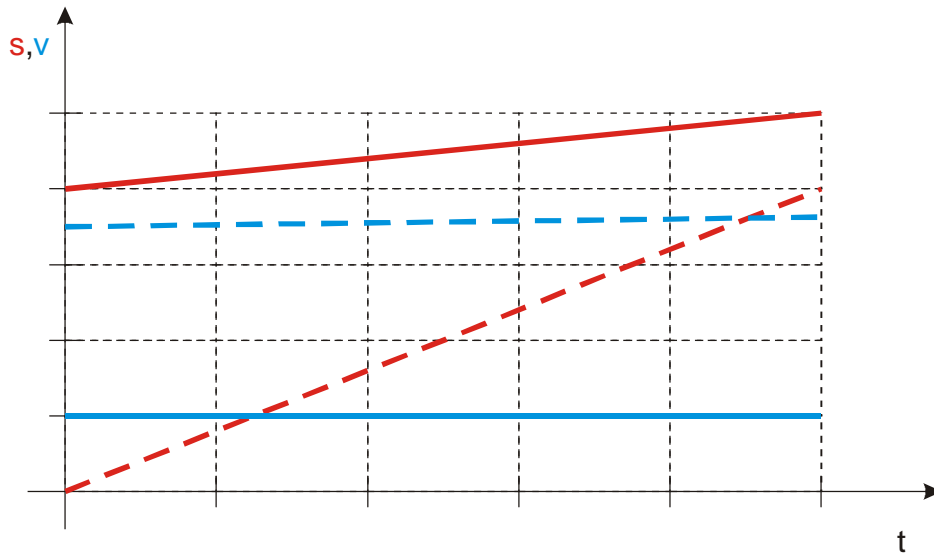
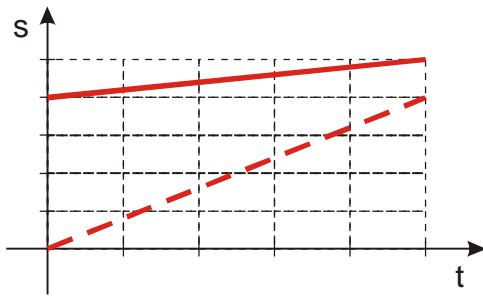
Vztah  $s \leftrightarrow v$  je zcela stejný jako vztah  $v \leftrightarrow a$ . Podobných dvojic je ve fyzice obrovské množství. Vztah, kdy jedna veličina udává změnu druhé za změnu času (nebo změnu jiné veličiny), je jedním z nejčastějších a je ukryt v samých základech našeho světa.

Jeho přesné matematické zachycení je bohužel obtížné, protože vyžaduje pochopení chování nekonečně malých veličin. V době, kdy I. Newton objevoval základní zákony mechaniky, tento druh matematiky ještě v podstatě neexistoval a Newton jej musel objevit (spolu s fyzikou). Dnes se tento druh matematiky (infinitesimální počet) vyučuje na konci čtvrtého ročníku a ve středoškolské fyzice se prakticky nepoužívá.

Kvalitativní pochopení podstaty vztahu mezi měnícími se veličinami však přesný matematický popis nepožaduje a můžeme se ho naučit i pomocí grafů.

Celou hodinu budeme kreslit grafy pohybových veličin. Budeme dodržovat dosavadní barevné značení: poloha červeně, rychlost modře a zrychlení zeleně.

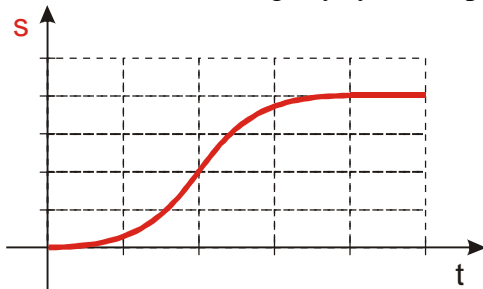
**Př. 1:** Nakresli do obrázku grafy rychlostí obou pohybů zobrazených na následujícím obrázku.



rychlost je změnou pohybu za změnu času  $\Rightarrow$  nezáleží na tom, jak velká dráha je, ale jak se mění  $\Rightarrow$  čárkovaný pohyb je pohyb s větší rychlostí, protože graf jeho dráhy rychleji stoupá

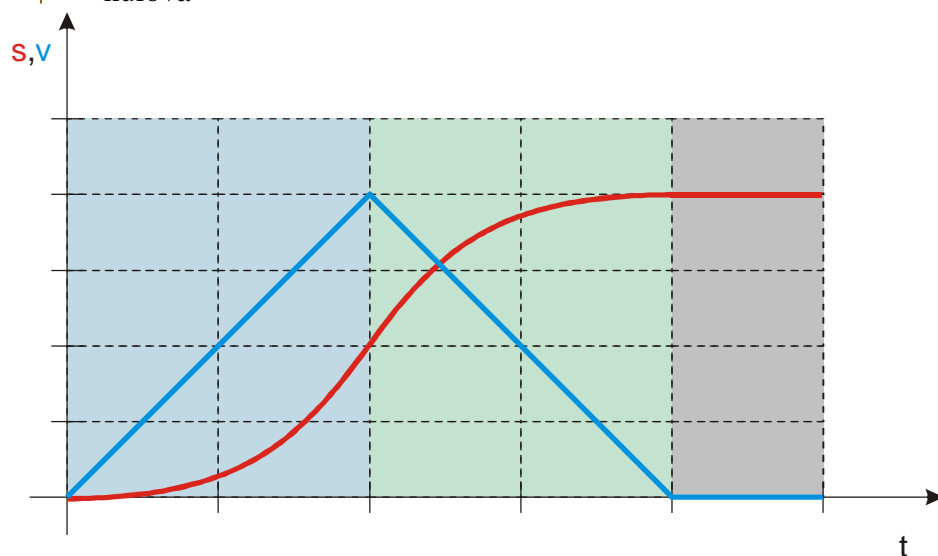
**Pedagogická poznámka:** Většina studentů příklad vyřeší. S menšinou, která má problémy, je třeba příklad důkladně probrat. Většinou je problém v tom, že tento typ studentů vůbec nekreslí rychlost podle sklonu křivky dráhy, ale podle jejích hodnot. Většinou je potřeba takové studenty dotlačit do stavu, kdy si sami uvědomí, že grafy, které svoji metodou získají nic nevytvářejí rychlosti.

**Př. 2:** Nakresli do obrázku grafy rychlosti pohybu zobrazeného na následujícím obrázku.



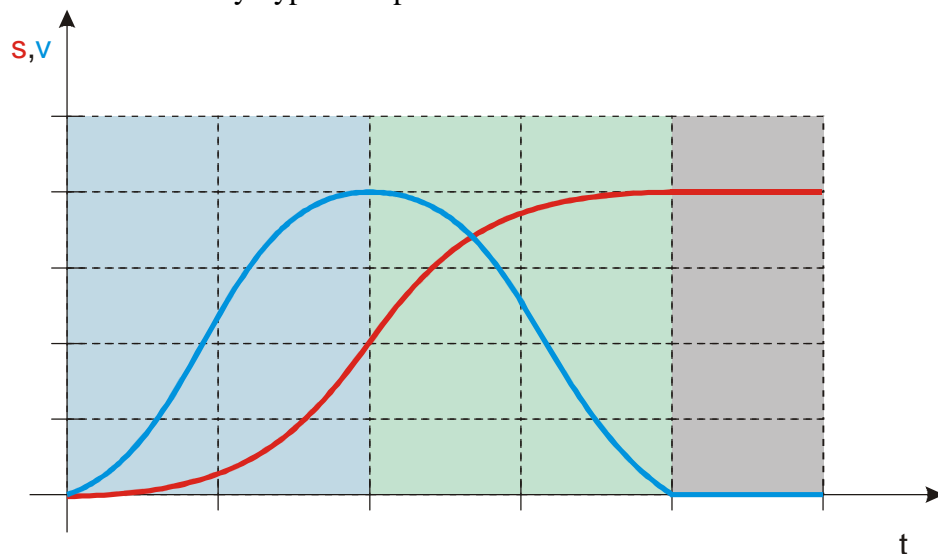
- v první části pohybu (modré pozadí) se dráha zvětšuje čím dál rychleji (je čím dál strmější)  $\Rightarrow$  rychlost poroste
- v druhé části pohybu (zelené pozadí) se dráha zvětšuje čím dál pomaleji (je čím dál pozvolnější)  $\Rightarrow$  rychlost klesá až k nule

- ve třetí části pohybu (šedé pozadí) se dráha nemění (graf je vodorovný)  $\Rightarrow$  rychlost je nulová



**Pedagogická poznámka:** Studenty nechám jenom chvíli. První si řekneme, že pohyb se skládá z několika částí a proto si graf rozdělíme a budeme ho po částech kreslit (rozdělování příkladů ne menší části není pro studenty samozřejmé a je třeba ho zdůrazňovat). Nechci po studentech, aby si do sešitů kreslili pozadí, ale snažím se, aby si do grafu dokreslili svislé čáry, které ho dělí na jednotlivé fáze. Největší problém mají studenti zejména s druhou částí grafu, kdy nezačnou zmenšovat hodnoty rychlosti, ale podle grafu dráhy se snaží i rychlost dále zvětšovat. Opravíme si proto na tabuli první část pohybu a zopakujeme komentář o způsobu, kterým jsme ho nakreslili. Pak všem, kteří mají příklad špatně nechám ještě jednu šanci. Značná část z nich se pak samostatně opraví.

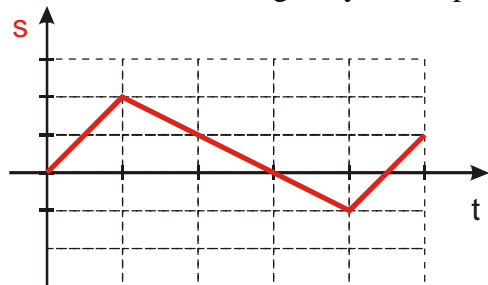
Kreslení grafů rychlosti „podle pohledu“ nám neumožňuje dosáhnout zcela přesného výsledku, zcela přesného tvaru křivek. Čára, kterou jsme nakreslili do grafu není jediná, která splňuje náš slovní popis. Dokonce platí, že opravdový svět „nemá rád ostré hrany, takže skutečná křivka by vypadala spíše takto.



Přesněji bychom mohli získat graf rychlosti třeba tak, že bychom z grafu dráhy odečetli hodnoty do tabulky, ve které bychom spočetli hodnoty rychlosti a ty pak vynesli do grafu.

Takový postup je však daleko pracnější a jelikož pro všechny naše další úvahy budou všechny čáry vyhovující slovnímu podání dostatečně dobré, nebudeme se tímto problémem dále zabývat a většinou budeme kreslit všechny grafy tak, jako by jednotlivé části pohybu byly buď rovnoměrné nebo rovnoměrně zrychlené.

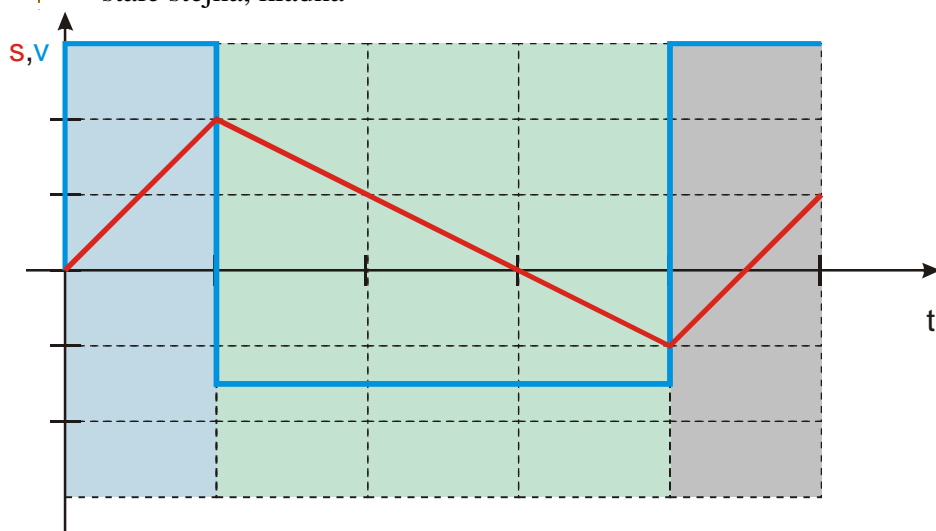
**Př. 3:** Nakresli do obrázku graf rychlosti pohybu zobrazeného na následujícím obrázku.



Jak by vypadal graf zrychlení pro tento pohyb?

Ve všech úsecích jsou částí grafu dráhy přímé úseky  $\Rightarrow$  ve všech částech se předmět pohybovat rovnoměrně (s konstantní rychlostí)

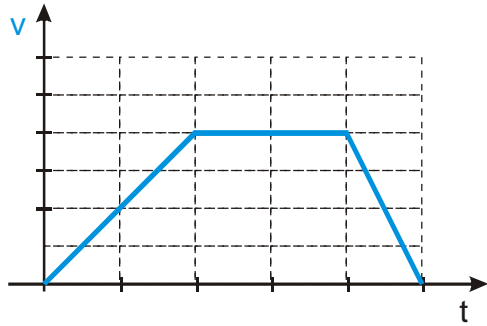
- v první části pohybu (modré pozadí) se poloha zvětšuje rovnoměrně (je stále stejně strmý)  $\Rightarrow$  rychlost je stále stejná, kladná
- v druhé části pohybu (zelené pozadí) se poloha rovnoměrně zmenšuje  $\Rightarrow$  rychlost je stále stejná, záporná a její velikost je menší než v první části pohybu
- ve třetí části pohybu (šedé pozadí) je situace stejná jako v první části  $\Rightarrow$  rychlost je stále stejná, kladná



Zrychlení udává změnu rychlosti za čas. Rychlost je však po celou dobu konstantní (mění se pouze skokem)  $\Rightarrow$  zrychlení by mělo být pořád nulové, což není moc reálné.

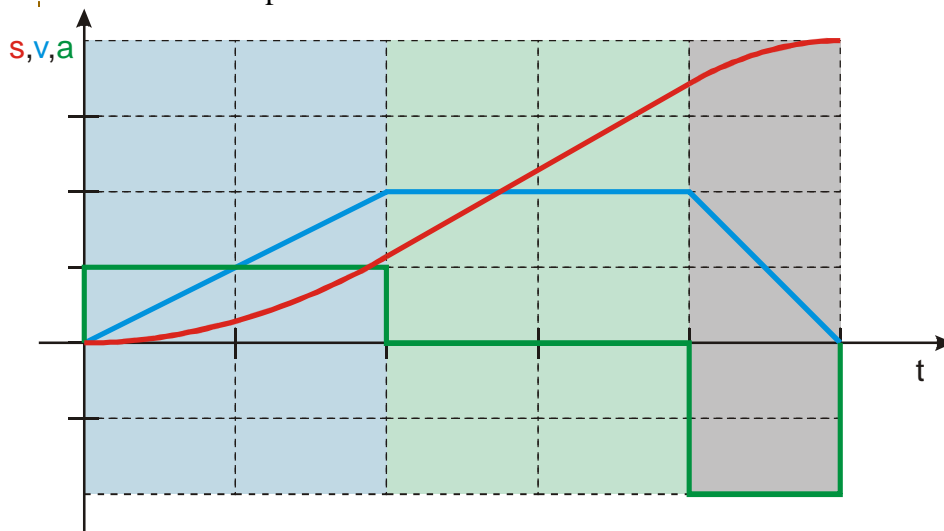
Nelogičnost předchozího grafu (nulové zrychlení v situaci, kdy se rychlost změnila) jen dokumentuje, že ve skutečnost není možné, aby se v grafu dráhy vyskytovaly ostré hrany a rychlost se skokově měnila.

**Př. 4:** Nakresli do obrázku grafy zrychlení a polohy pohybu zobrazeného na následujícím obrázku grafem rychlosti.



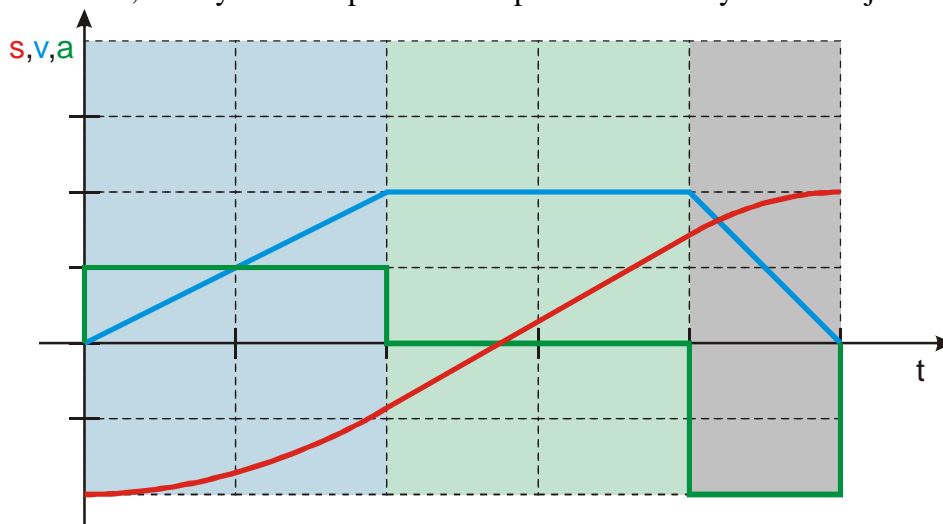
Ve všech úsecích jsou části grafu rychlosti přímé úseky  $\Rightarrow$  ve všech částech se předmět pohybovat rovnoměrně zrychleně nebo rovnoměrně

- v první části pohybu (modré pozadí) se rychlost zvětšuje rovnoměrně (graf je stále stejně strmý)  $\Rightarrow$  zrychlení je stále stejné, kladná, poloha se zvětšuje čím dále rychleji (strmost grafu stoupá)
- v druhé části pohybu (zelené pozadí) je rychlost stále stejná  $\Rightarrow$  zrychlení je nulové (rychlost se nemění) a poloha se rovnoměrně zvětšuje (graf má stále stejný sklon)
- ve třetí části pohybu (šedé pozadí) se rychlost rovnoměrně zmenšuje (s větším sklonem než v první části)  $\Rightarrow$  zrychlení je stále stejné, záporné, s větší velikostí než v první části pohybu, poloha se zvětšuje čím dál pomaleji, na konci třetí části pohybu se zvětšovat přestane



**Pedagogická poznámka:** Na začátku předchozího příkladu je dobré varovat studenty, aby se při kreslení grafu polohy drželi zpátky a ze začátku používali spíše menší hodnoty. Nejčastější chybou je totiž nedodržování sklonů mezi jednotlivými částmi grafu dráhy. Studenti většinou nakreslí na konci první části příliš velký sklon grafu, který nemohou v další části dodržet.

**Př. 5:** Rozhodni, zda by řešením předchozího příkladu mohl být i následující obrázek:



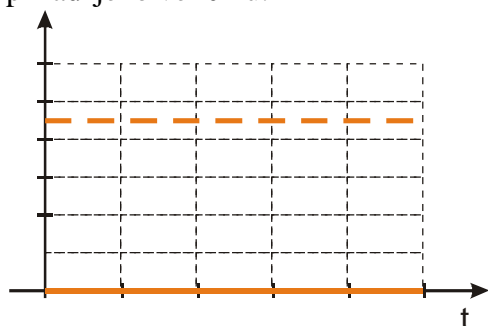
Změnil se graf polohy, nezačíná v nule, ale v záporné hodnotě. Jinak je zcela stejný. Protože graf rychlosti popisuje jenom změny grafu dráhy a nic neříká o jeho hodnotách, může být nakreslený graf také správný.

Graf polohy můžeme posunout o libovolnou vzdálenost v kolmém směru (změníme místo odkud předmět vyjel, ale ne způsob jakým se pohyboval).

S tímto faktem jsme se už setkali při modelování pohybu na počítači. Všechny pole pro rychlosti i dráhu byly vyplněny vzorci, pouze první sloupec zůstal volný a mohli jsme do něj vyplnit libovolné hodnoty (a ty pak měnily příklad, který jsme modelovali, v našem dnešním případě posouvaly křivky ve svislém směru).

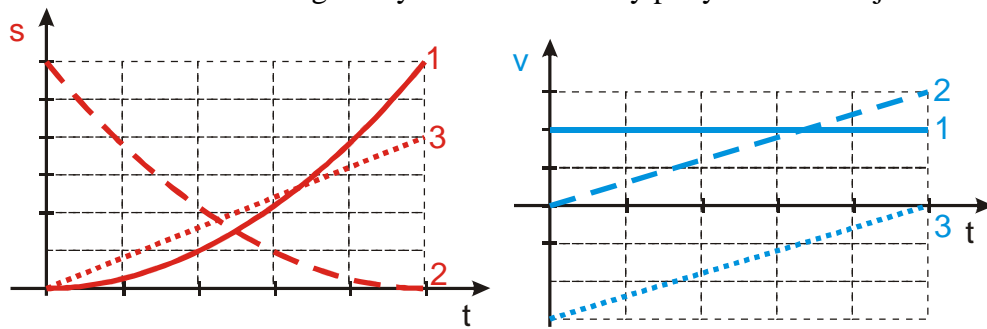
**Pedagogická poznámka:** V hodinách samozřejmě otevřu soubor s tabulkou a předvedu, co s grafy pohybu dělá změna počáteční hodnoty dráhy nebo rychlosti.

**Př. 6:** Na obrázku jsou grafy rychlosti a polohy neznámého pohybu. Ke každému grafu přiřaď jeho veličinu.



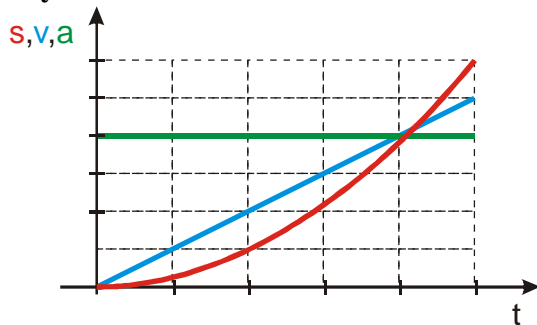
Čárkovaný graf je grafem dráhy. Ta se nemění a rychlost je tedy nulová. Kdyby čárkovaný graf patřil rychlosti, musela by dráha rovnoměrně růst a jejím grafem by byla šikmá čára.

**Př. 7:** Na dvojici obrázků jsou tři grafy dráhy a tři grafy rychlosti. Spoj grafy, které patří k sobě a dokresli k nim graf zrychlení. Jaké druhy pohybu znázorňují?

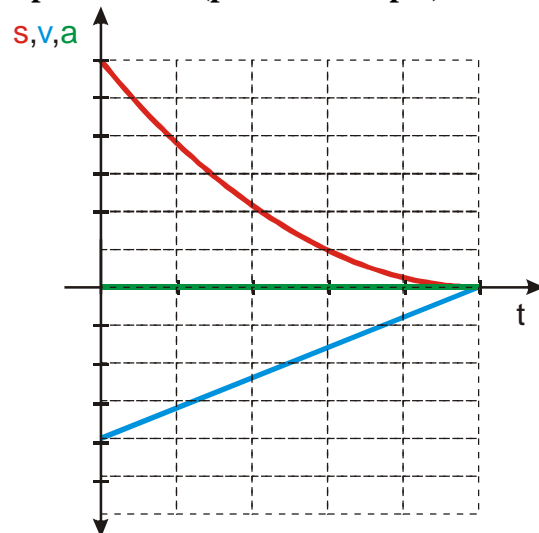


- Dráha na grafu 1 roste čím dál rychleji  $\Rightarrow$  její rychlost musí být kladná a zvětšovat se  $\Rightarrow$  jde o graf 2.
- Dráha na grafu 2 klesá čím dál pomaleji  $\Rightarrow$  její rychlost musí být záporná a zvětšovat se k nule  $\Rightarrow$  jde o graf 3.
- Dráha na grafu 3 roste stále stejně  $\Rightarrow$  její rychlost musí konstantní  $\Rightarrow$  jde o graf 1.

#### Zrychlování

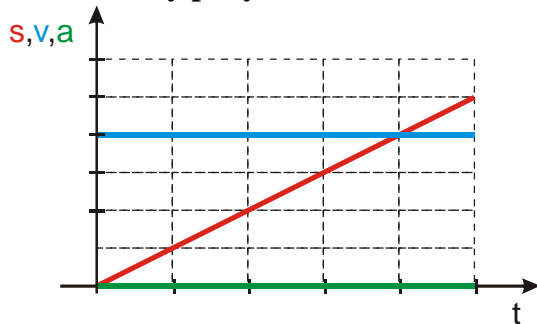


#### Zpomalování (při návratu zpět)



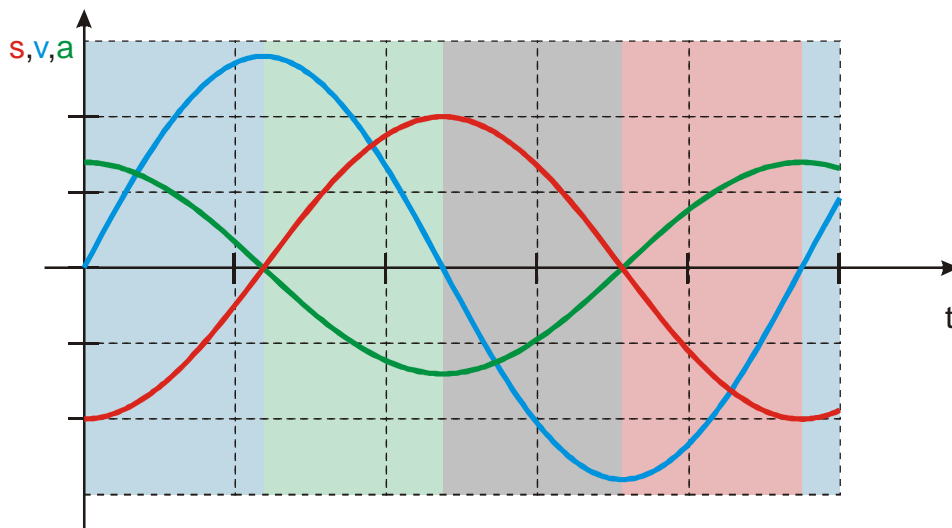
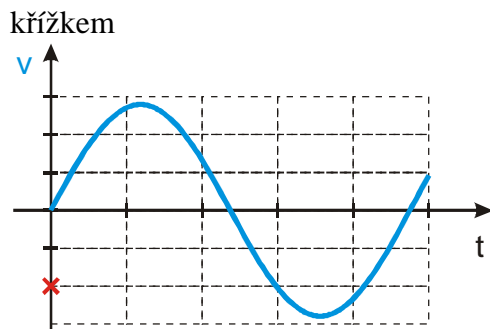
Zrychlení je kladné, protože se zmenšuje záporná rychlost.

#### Rovnoměrný pohyb



**Pedagogická poznámka:** Snažím se, abychom poslední příklad stihli. Pokud postupujeme pomalu, předchozí příklady přeskakujeme. Studenty upozorňuji, že oba výsledky by měly být plynulé křivky bez ostrých míst. Kontrolu samozřejmě provádíme na tabuli po částech se slovním komentářem. Po každé části nechávám studentům kousek času, aby si zkusili příklad dodělat.

**Př. 8:** Na obrázku je nakreslen graf rychlosti. Dokresli do obrázku nejdříve graf zrychlení a poté graf dráhy. Graf dráhy začni kreslit z místa, označeného na ose y červeným



Postupujeme podle jednotlivých částí:

- v první části pohybu (modré pozadí) se rychlost zvětšuje čím dál pomaleji (graf je čím dál méně strmý)  $\Rightarrow$  zrychlení je kladné, ale stále se zmenšuje, poloha se zvětšuje čím dále rychleji (strmost grafu stoupá)
- v druhé části pohybu (zelené pozadí) je rychlost kladná, ale zmenšuje se čím dál rychleji  $\Rightarrow$  zrychlení je záporné a čím dál větší a poloha se zvětšuje, ale čím dál pomaleji
- ve třetí části pohybu (šedé pozadí) je rychlost záporná, zvětšuje se čím dál pomaleji  $\Rightarrow$  zrychlení je záporné a čím dál menší a poloha se zmenšuje čím dál rychleji
- ve čtvrté části pohybu (červené pozadí) je rychlost záporná, čím dál rychleji se zmenšuje její velikost a rychlost se blíží nule  $\Rightarrow$  zrychlení je kladné a čím dál větší a poloha se zmenšuje čím dál pomaleji

**Shrnutí:** Poloha, rychlost a zrychlení jsou svázány.